

徳島大学工学部 正会員 児嶋弘行

平尾 潔

田岡 建雄 岡田 光夫 〇 吉崎 和人

1 まえがき 本研究は、漸増節点荷重をうける任意の平面骨組を対象として、曲げと軸力との組合せ降伏条件式を使用し、塑性流動理論を導入した場合の上界近似による極限解析法について研究し、解析プログラムの作成を試み、その解析結果と、下界近似による解析結果との比較を行なったものである。

2 線形近似の方法 組合せ降伏条件式を使用し、塑性流動理論を導入した場合には、降伏断面の塑性変位増分 $d\delta_i^p$ の方向はその断面の材端力 S_{pi} に対応する降伏曲線上の点 i における外向き法線ベクトル N_i の方向と一致することになり、降伏後の荷重増加に対して一義的に定まらず、降伏断面における材端力の変化量 dS_i に応じて常に変化してゆくことになる。したがって、その後の解析に先だって、これら $d\delta_i^p$ と dS_i との非線形な関係を線形化しておく必要があり、この線形近似の方法としては上界近似の方法と下界近似の方法とがある。図・1により両近似方法を説明すると、まず、上界近似の方法では、断面 i が降伏したときの外向き法線ベクトル N_i の方向を式(1)に

$$N_i = \left\{ \frac{\partial F}{\partial N} \quad 0 \quad \frac{\partial F}{\partial M} \right\}^T \quad (1)$$

よって決定し、その後の微小な荷重増分 dP に対しては N_i (dS_i) の方向を一定とみなし、荷重増分の各段階ごとにこれらの方向を修正して、材料の完全弾塑性体の仮定、式(2)を満足

$$N_i^T \cdot dS_i = 0 \quad (2)$$

させようとする方法である。すなわち、降伏断面の材端力は、荷重増分ごとに j 点、 k 点と直線的に変化する。一方、下界近似の方法では、図の点線を示すように、降伏断面の材端力を式(3)にしたがって dS_i だけ降伏曲線の内側に移動し

$$N_i^T \cdot dS_i = -\epsilon \quad (3)$$

ておき、降伏後の荷重増加に対しては、 N_i の方向を一定とみ

なし、点 k に達するまで、点 i における接線に平行な直線に沿って変化させ、 $N_i^T \cdot dS_i = 0$ となるようにしようとする方法である。したがって、上界近似の方法では降伏断面の材端力が常に降伏曲線の外側にあるため、耐荷力の上界値が得られることになり、下界近似の方法では逆に下界値が得られることになるが、前者の方法では荷重増分 dP を、また、後者の方法ではベクトル移動量を小さくするほど真の耐荷力に近づくことになる。

3 降伏端部材に対する基本式 本解析で用いた基本式は文献(3)と全く同様であり、ここでは、降伏端部材に対する基本式だけを紹介する。 1) i 端降伏、 j 端弾性部材

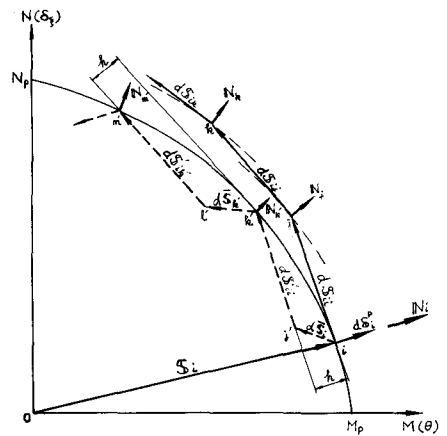
$$\left. \begin{aligned} S_{ij} &= K_{ij}^u \cdot S_i + K_{ij}^v \cdot S_j + U_i & K_{ij}^u &= K_{ij}^u - K_{ij}^u \cdot N_i \cdot N_i^T \cdot K_{ij}^u \cdot T_i & T_i &= (N_i^T \cdot K_{ij}^u \cdot N_i)^{-1} \\ K_{ij}^v &= K_{ij}^v - K_{ij}^v \cdot N_i \cdot N_i^T \cdot K_{ij}^v \cdot T_i & U_i &= K_{ij}^u \cdot N_i \cdot N_i^T \cdot S_{pi} \cdot T_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2) i 端弾性、 j 端降伏部材

$$\left. \begin{aligned} K_{ij}^u &= K_{ij}^u - K_{ij}^u \cdot N_j \cdot N_j^T \cdot K_{ij}^u \cdot T_j & K_{ij}^v &= K_{ij}^v - K_{ij}^v \cdot N_j \cdot N_j^T \cdot K_{ij}^v \cdot T_j \\ U_i &= K_{ij}^u \cdot N_j \cdot N_j^T \cdot S_{pj} \cdot T_j & T_j &= (N_j^T \cdot K_{ij}^u \cdot N_j)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

3) i, j 両端降伏部材

$$K_{ij}' = K_{ij} - \{ K_{ij} \cdot N_i \cdot X_1 + K_{ij} \cdot N_j \cdot X_2 \} \cdot T \quad K_{ij}' = K_{ij} - \{ K_{ij} \cdot N_i \cdot X_2 + K_{ij} \cdot N_j \cdot X_4 \} \cdot T$$



図・1

$$\left. \begin{aligned} L_i &= \{K_{ii} \cdot N_i \cdot C_i + K_{ij} \cdot N_j \cdot C_j\} \cdot T & T &= \{N_i^T \cdot K_{ii} \cdot N_i \cdot N_j^T \cdot K_{jj} \cdot N_j - N_i^T \cdot K_{ij} \cdot N_j \cdot N_j^T \cdot K_{ji} \cdot N_i\}^{-1} \\ X_1 &= N_i^T \cdot K_{ii} \cdot N_i \cdot N_i^T \cdot K_{ii} - N_i^T \cdot K_{ij} \cdot N_j \cdot N_j^T \cdot K_{ji} & X_2 &= N_j^T \cdot K_{jj} \cdot N_j \cdot N_j^T \cdot K_{jj} - N_j^T \cdot K_{ji} \cdot N_i \cdot N_i^T \cdot K_{ii} \\ X_3 &= N_i^T \cdot K_{ii} \cdot N_i \cdot N_j^T \cdot K_{ji} - N_i^T \cdot K_{ij} \cdot N_j \cdot N_i^T \cdot K_{ii} & X_4 &= N_j^T \cdot K_{jj} \cdot N_j \cdot N_i^T \cdot K_{ji} - N_j^T \cdot K_{ji} \cdot N_i \cdot N_j^T \cdot K_{jj} \\ C_i &= N_i^T \cdot K_{ii} \cdot N_i \cdot N_i^T \cdot S_{pi} - N_i^T \cdot K_{ij} \cdot N_j \cdot N_j^T \cdot S_{pj} & C_j &= N_j^T \cdot K_{jj} \cdot N_j \cdot N_j^T \cdot S_{pj} - N_j^T \cdot K_{ji} \cdot N_i \cdot N_i^T \cdot S_{pi} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

4. 解析手順 荷重強度 $\{P\}_0$ である塑性化部材が発生し、さらに荷重強度が増加して $\{P\}_{n+1}$ となって新たな塑性化部材が発生するまで、あるいは、限界荷重 $\{P\}_B$ のもとで構造全体の stiffness matrix $\{K\}$ の determinant D が 0 となって全体座屈がおこるまでの第 n 段階に対する解析手順を示せばつぎのようである。1) 一定荷重増分 $\{P\}$ を加えたときの荷重強度 $\{P\}_{n+1} = \{P\}_n + \{P\}$ に対する材端力 $\{S\}_{n+1}$ 、変形量 $\{S\}_{n+1}$ の収束値を求め、同時に、 $\{K\}_{n+1}$ の determinant D を計算する。2) $D > 0$ のとき、すべての弾性部材の材端力が降伏曲線の内側にある場合、すでに塑性化している部材では弦線ベクトルを修正する。この荷重増分間ごとに新たな塑性化部材が発生する場合には、式(7)により荷重強度を変更し塑性化部材の発生する荷重強度 $\{P\}_{n+1}$ を求める。一方、 $D < 0$ のときには、文献②の方法により、荷重強度を変更して繰返し計算を行ない、限界荷重 $\{P\}_B$ の近似値が得られる。この時点で解析を終了する。3) ある弾性部材の材端力が降伏曲線に達したとき、その材端が降伏したように構造形式、および、stiffness matrix を修正する。以上の1)~3)を繰返してやれば、骨組は限界荷重 $\{P\}_B$ のもとで全体座屈をおこすが、荷重強度 $\{P\}_C$ のもとで機構を形成して崩壊することになる。

5. 荷重強度の変更方法 下界近似の方法では、各材端の荷重倍数を計算し、最小荷重倍数を求めることにより荷重強度の変更を行っているが、上界近似の方法ではこのような荷重倍数による変更方法をとった場合には、降伏断面の材端力が著しく降伏曲線の外にでて大きな耐荷力を示す危険性があるから、降伏関節発生後はあらかじめ定められた一定荷重増分 $\{P\}$ を加えることにより荷重強度を変更する。また、ある荷重強度 $\{P\}^0$ ですべての弾性部材の材端力が降伏曲線の内側にあったものが $\{P\}^0 = \{P\}^0 + \{P\}$ では、ある材端力が外側にでてしまう場合がおこる。このような場合には、荷重強度 $\{P\}^0$ でその材端が降伏したとみなして解析を進める方法も考えられるが、荷重増分幅が大きいと誤差が大きくなるので、式(1)によって荷重強度の変更を繰返し、その部材の材端

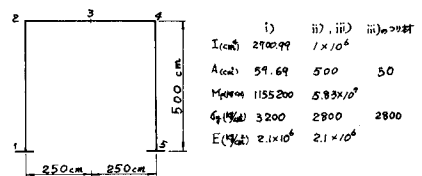
$$\{P\} = [\{P\}^0 + \{P\}^0] / 2 \quad (7)$$

力がちょうど降伏曲線上にくるときの荷重強度を求めるようにしている。なお最初の降伏関節が発生するまでは、下界近似の場合と同様に、荷重強度の変更は荷重倍数により行っている。

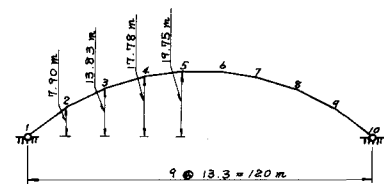
6. 計算例 図2に示すような門形ラーメン、2ヒンジリブアーチおよびローゼットの各種荷重状態に対する解析結果を、上界近似および下界近似方法の比較もかねて、講演当日スライドなどで紹介する予定である。

参考文献

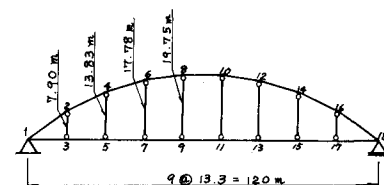
- 1) 星治雄, 児嶋弘行, 平尾潔; 軸力の影響を考慮した平面剛滑節構造物の一自働弾塑性解析, 土木学会論文報告集, 第202号, 1972年6月
- 2) 児嶋弘行, 平尾潔; 平面剛滑節構造物の一自働極限解析, 土木学会論文報告集, 第218号, 1973年10月
- 3) 児嶋弘行, 平尾潔; 曲げと軸力の相関関係を考慮した平面剛滑節骨組の一自働弾塑性解析, 徳島大学工学部研究報告, 第20号



i) 門形ラーメン



ii) 2ヒンジリブアーチ



iii) ローズ

図2