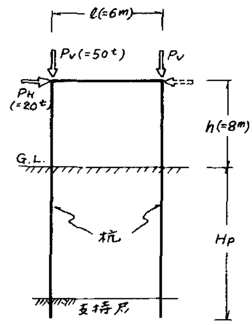
I－5　基礎をも考慮したラーメンの最適設計に関する基礎的研究

愛媛大学工学部　正員　大久保禎二
愛媛大学工学部　学生　○内海保之

1　まえがき

これまで構造物の最適設計問題は，主として上部構が対象とされている。しかし下部構をも含めて構造系全体の最適設計を行う方がより合理的であると考えられる。そこで，ここでは基礎の条件が上部構の状態変数に直接影響をおよぼすラーメン構造物を考え，構造系全体として最適設計を行なった例について報告するものである。例として門形ラーメンを考え，上部構は箱形断面を有する鋼部材，下部構は1本の鋼管杭を用いるものとし，それらは互いに剛結されているものとした。



図－1

2　基礎の変位を考慮したラーメンの解析(1)

杭の深さ方向にx軸，杭の撓む方向にy軸をとり　杭の横抵抗に関して Y.L. Chang の方法が適用できるものとすれば，地中部の杭が満足すべき方程式は

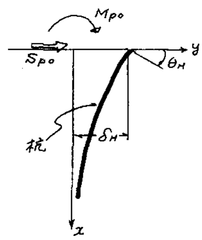
$$EI_p \frac{d^4y}{dx^4} + k_H D\, y = 0 \qquad (1)$$

となる。ここに EI_p は杭の曲げ剛さ，k_H は横方向地盤反力係数，D は杭の直径である。ここで杭の根入れが無限であると仮定し，杭頭において $y=\delta_H$，$\frac{dy}{dx}=\theta_H$ なる境界条件を用いて式(1)を解くと次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}
y &= e^{-\beta x}(A\cos\beta x + B\sin\beta x)\\
\theta &= -\frac{dy}{dx} = -\beta e^{-\beta x}\{A(\cos\beta x - \sin\beta x) - B(\cos\beta x + \sin\beta x)\}\\
M_p &= EI_p\frac{d^2y}{dx^2} = 2\beta^2 EI_p\, e^{-\beta x}(-A\cos\beta x + B\sin\beta x)\\
S_p &= -EI_p\frac{d^3y}{dx^3} = 2\beta^3 EI_p\, e^{-\beta x}\{A(\cos\beta x + \sin\beta x) + B(\cos\beta x - \sin\beta x)\}
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

（ただし　$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_H D}{4EI_p}}$，　$A=\delta_H - \frac{\theta_H}{\beta}$，　$B=\delta_H$ ）

上式に $x=0$ を代入すれば，杭頭に回転角 θ_H，横方向変位 δ_H を与える曲げモーメント(M_{po})およびせん断力(S_{po})が求められ，さらにたわみ角式の表示に合わせて書き直すと，杭におけるたわみ角式として次式が得られる。



図－2

$$M_{po} = k_p(2\varphi_A + \alpha_1\psi_H), \qquad S_{po} = \alpha_2\varphi_A + \psi_H \qquad (3)$$

ここに $k_p = \frac{\beta I_p}{2K_0}$，$\alpha_1 = -\frac{1}{2k_p\beta}$，$\alpha_2 = -\frac{\beta^2 I_p}{K_0}$，$\varphi_A = 2EK_0\theta_H$，$\psi_H = 4\beta^3 EI_p\delta_H$　（K_0：水平部材の剛度）である。

このたわみ角式と上部構におけるたわみ角式とを用いてつり合い方程式をつくると次のようになる。

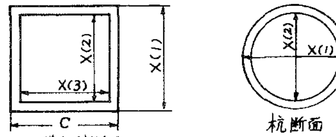
$$\begin{bmatrix} M_{Ap}\\ M_{AB}\\ M_{BA}\\ M_{BB'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k_p & 0 & 0 & \alpha_1 k_p\\ 2k & k & k & 0\\ k & 2k & k & 0\\ 0 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_A\\ \varphi_B\\ \psi_{AB}\\ \psi_H \end{bmatrix} \qquad (4) \qquad \begin{bmatrix} \varphi_A\\ \varphi_B\\ \psi_{AB}\\ \psi_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(k+k_p) & k & k & \alpha_1 k_p\\ k & 3+2k & k & 0\\ 3k & 3k & 2k & 0\\ \alpha_2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ -\frac{P_H\cdot h}{2}\\ \frac{P_H}{2} \end{bmatrix} \qquad (5)$$

ただし，この例では部材および地盤条件が左右対称であるので，構造物の片側半分だけを考えている。

3　最適設計法(2)

SLP 法を用いて最適設計をする場合，設計変数および制約条件式の数が少なければ少ないほど最適解を求めることが容易となる。ここではラーメンおよび杭の各断面に作用する曲げモーメントの大きさが各部材の断面二次モーメントにより変化することから，まず水平材，垂直材および杭の Suboptimization を行ない，部材断面に関する設計変数を部材の断面二次モーメントに集約させ，その結果を利用して構造物の最適設計を行うことにした。また目的関数としては製作費を考慮し，製作費は上部構および杭の使用鋼材量に比例するものとした。

(1)上部構部材および杭断面のSuboptimization　上部構については図-3に示す箱形断面のCを一定とし、X(1)～X(3)を設計変数とする部材が軸力Nおよび曲げモーメントMを受ける場合に必要とする最小断面積およびそのときの各部材断面寸法をSLP法により求めた。図-4は圧縮力Nを5 tonおきに変化させ最適設計した結果を横軸に断面二次モーメント(I)、縦軸に最大抵抗曲げモーメント(RBM)をとって表わしたものである。鋼管杭については外径、内径を設計変数とし、上部構の場合と同様にSLP法を用いて最適設計を行なった。(図-4参照) なお制約条件は、それぞれ鋼道路橋示方書(昭48)、道路橋下部構造設計指針(昭44)に従い、地盤の許容支持力の計算にはDunhamの公式を用いた。



上部構部材断面　　杭断面

図-3

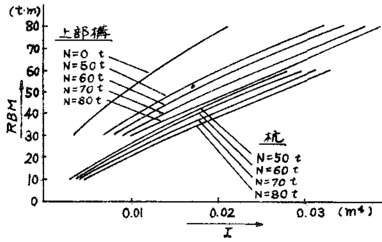


図-4. I-RBM関係曲線

(2)構造物全体の最適設計　2.で述べた解析法を用いると、各部材に作用する最大曲げモーメントが得られるが、この曲げモーメントがSuboptimizationで得られた抵抗曲げモーメントより小さければ、その部材断面は部材に関するすべての制約条件を満足していることになる。このI-RBM関係曲線を断面に関するすべての条件式のかわりに用いることによって、部材断面に関する制約条件を1個に集約するとともに、部材断面に関する設計変数をも部材の断面二次モーメント(I)に集約させて、構造物全体の最適設計を行なった。

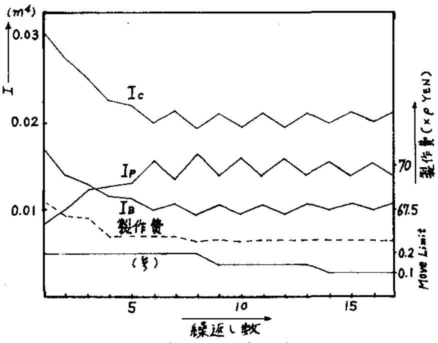


図-5 収束状況

4　結果および考察

図-5は$k_H=1.0\,Kg/cm^3$, $H_p=15\,m$とした場合、設計変数(I_B, I_C, I_P)および製作費が最適解に収束していく過程を表わしたものである。初期値を種々変化させた場合、いずれも同一の最適解(表-1)に収束し、全域的最適解が得られることが確認できた。なお1サイクルに要した計算時間はFACOM230-28で約3秒であった。次にk_Hを0.6～2.0と変化させた場合の最適解における垂直部材および杭の曲げモーメント図および製作費を図-6,7に示す。k_Hが0.6より増大するに従い、上部構に作用する最大曲げモーメントは減少し、杭の最大曲げモーメントは増大する。また製作費もこれに伴なって減少するが、これらの減少の割合は$k_H=1.1$程度以上になると、非常に小さくなっている。

表-1　最適断面寸法(cm) ($H_p=15\,m$, $k_H=1.0\,Kg/cm^3$)

	水平部材	垂直部材	杭
X(1)	54.25	73.71	85.83
X(2)	51.83	71.29	84.63
X(3)	48.40	48.40	—

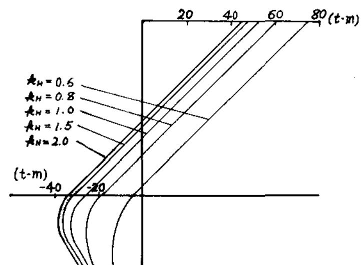


図-6　曲げモーメント図

以上の結果より、本研究の方法により基礎をも考慮したラーメン構造物の上部構および下部構の最適断面二次モーメント(断面寸法)を自動的に決定できることが明らかとなった。一般に行なわれている慣用計算法ではこのように自由に最適剛比を決定することはできない。

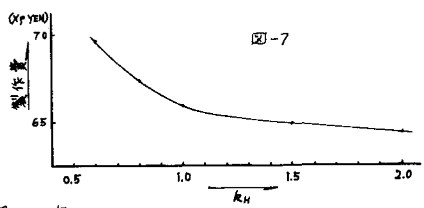


図-7

参考文献

(1)長尚著“基礎の条件を考慮したラーメンの解法”理工図書，昭和47年

(2)大久保禎二“トラス構造物の最適設計法に関する研究”土木学会論文報告集，1970年5月