

愛媛大学工学部	正員	見沢繁光
住友重機械工業	正員	○永峰 徹
徳山工業高等専門学校	正員	重松恒美

1 まえがき

本研究は、放送塔、ツリ橋のタワー等にみられるひかえ綱(Guyed Cable)を有する塔状構造物(Guyed Tower)のタワー本体の固有振動数、モード等を伝達マトリックス法(Matrix Progression Method)により解析したものである。ひかえ綱を有する塔状構造物を動的に我々が設計する場合、問題とされるのは以下の諸点と思われる。

① Guyed Cable の効果的な取り付け方 ② Guyed Cable の自重および張力によりひき起こされる Guyed Tower の軸方向圧縮力の影響 ③ Guyed Cable の動的挙動が構造全体に与える影響等で、本研究では図-1に示したような2種類の Guyed Tower の動的解析を計算機により行った。一般に Guyed Cable を有する Guyed Tower の場合 Guyed Tower を先端にバネを有する片持ち梁と仮定して解析した例が報告されている⁽¹⁾。今回の研究においては、上記の問題点の中から②の項に着目し、Guyed Cable の質量を考慮したり、軸方向圧縮力を考慮した場合、Guyed Tower の固有振動数にどのように影響を与えるかを研究した。

2. 理論解析および数値計算法

軸方向に圧縮力 S を受けて振動する梁を考える。

(図-2) η を慣性力におきかえて、横振動の微分方程式は

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}) + S \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = - \frac{AY}{g} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \dots (1)$$

として与えられる。(1)式の境界条件を考慮すると、振動数方程式が得られ固有振動数を求めることができる。

伝達マトリックス法により Guyed Tower の固有振動数を求めるためには Guyed Cable を適当にモデル化する必要がある。本研究では最初図-3(a)に示した如く Guyed Cable の質量を無視し、軸力とバネに置換したモデルを考え、次に図-3(b)(c)(d)に示した如く Guyed Cable を質量を有するバネに置換したモデルを考えた。Guyed Tower は分布質量系にするか、集中質量系にするかの双方が考えられるが、本研究では、プログラミングに一般性をもたせられるように集中質量系で考えた。計算機を使用しての解析にあたり、 Z を状態量ベクトル、 F を格間マトリックス、 P を格点マトリックス、 K をバネマトリックスとして、図-3(b)に適用すると左端の断面諸量を右端まで次式の如く伝達することができる。

$$Z^R = F_N K F_{N-1} P_N \dots R_2 F_2 \dots P_1 F_1 Z_1^L \quad (2)$$

ここで、 N は分割数である。(2)式に両端の境界条件式を代入すると(2)式は(3)式のようにになる。

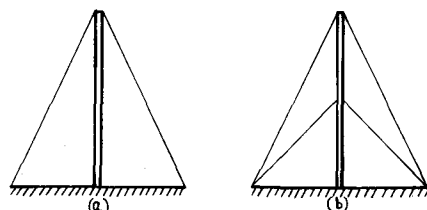


図-1 ひかえ綱を有する塔状構造物

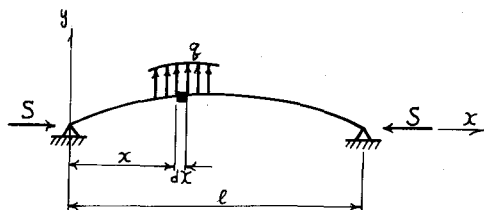


図-2 軸方向に圧縮力を受ける梁

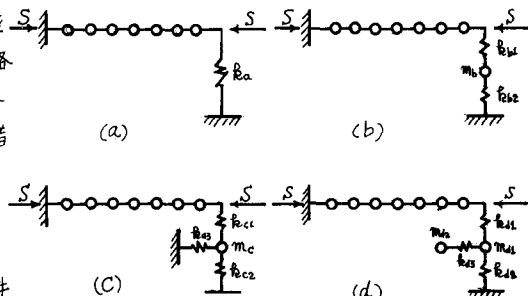


図-3 ひかえ綱を有する塔状構造物のモデル化

$$R'F_N K F_{N-1} R_{N-2} F_{N-2} \cdots R'F_N R [Q]^L = 0 \quad (3)$$

ここで M^L , Q^L は左端の自由度であり、 R' , R はそれぞれ左端、右端の境界条件である。(3)式を恒等的に満足すべき次の方程式が振動数方程式となる。

$$\Delta = |R'F_N K F_{N-1} R_{N-2} F_{N-2} \cdots R'F_N R| = 0 \quad (4)$$

(4)式は固有振動数 ω が未知要素として入っているため実際の計算では ω を仮定して、(4)式を計算し、 $\Delta = 0$ なる ω を求めることになる。固有振動数が決定されると左端の自由度の一方を1と置いて、(2)式より他方の自由度を求める。これらの値を使ってそれぞれの点におけるタワミを求めると基準モードを求める。図-1(b)のように *Guyed Cable* が増えた場合においても、同様に計算することができる。また軸力を考えない場合とあわせて計算を行った。軸方向圧縮力を考慮した格間マトリックスは、梁の力学系を支配する1階の連立常微分方程式系の一般解より求められる。1階の連立常微分方程式はマトリックス記法を用いて

$$\frac{dZ}{dx} = A \cdot Z + B \quad (5)$$

と書ける。ここに A は $(n \times n)$ の正交マトリックス、 B は荷重条件を表す列ベクトルである。 A が一定のとき(5)の一般解は

$$Z = \exp(A \cdot x) \cdot Z_0 + \{\exp(A \cdot x) - E\} \cdot A^{-1} \cdot B \quad (6)$$

となり、 $\exp(A \cdot x)$ が格間マトリックス F となる。

$dZ/dx = A \cdot Z$ の詳細を表-1に示す。 F を表-2、図-2(a), (b), (c), (d)に対するバネマトリックスを表-3に示す。

3 数値計算結果およびその考察

数値計算に際して、分割数8個で質量がその中心に集中しているとして計算した場合、厳密解と比較してわずか0.2%の差であった。表-4は図-1のモデルを分割数8個として表-3のバネマトリックス(a)(b)(c)

(d)について軸力のない場合の1次、2次の固有振動数の

数値計算結果である。*Guyed Cable* をバネのみで置換した場合と、質量を有するバネとに置換した場合とを比較すると固有振動数が後者の場合低下する。この原因として質量を考慮するとバネ定数が低下する事が考えられる。本研究の計算は愛媛大学計算機室のFACOM 230-28により行った。

(1) 中3部77部77の耐震強度に関する研究三変重工技報, Vol. 3 No. 6, 1966, 194-197, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000

$$\frac{dZ}{dx} = \begin{pmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\theta} \\ \dot{M} \\ \dot{Q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & -S & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}$$

表-1

$$F = \begin{pmatrix} 1 & l \frac{\sin \alpha}{\alpha} & \frac{l^2(1-\cos \alpha)}{EI \alpha^2} & \frac{l^3(\alpha - \sin \alpha)}{EI \alpha^3} \\ 0 & \cos \alpha & \frac{l \sin \alpha}{EI \alpha} & \frac{l^2(1-\cos \alpha)}{EI \alpha^2} \\ 0 & -Sl \frac{\sin \alpha}{\alpha} & \cos \alpha & \frac{l \sin \alpha}{\alpha} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \alpha = \sqrt{\frac{S l^3}{EI}}$$

表-2 軸力を考慮した格間マトリックス

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ K & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(a); K = -k_a \quad (b); K = -\frac{k_b(k_{b2} - m_b \omega^2)}{k_{b1} + k_{b2} - m_b \omega^2}$$

$$(c); K = -\frac{k_{c1}(k_{c2} + k_{c3} - m_c \omega^2)}{k_{c1} + k_{c2} + k_{c3} - m_c \omega^2}$$

$$(d); K = -\frac{k_{d1}(k_{d2} k_{d3} - (k_{d1} - k_{d2}) m_d \omega^2 - k_{d2} m_d \omega^2 + m_d m_d \omega^2)}{k_{d1} k_{d2} + k_{d1} k_{d3} - (k_{d1} + k_{d2} - k_{d3}) m_d \omega^2 - m_d k_{d2} \omega^2 + m_d m_d \omega^2}$$

表-3 分枝のついたバネマトリックス

形状 モデル				
振動数	1次 %	2次 %	1次 %	2次 %
軸力なし				
(a)	63.27	153.64	73.30	160.44
(b)	49.89	127.64	54.04	128.96
(c)	50.01	127.84	54.20	129.24
(d)	49.74	127.45	53.87	128.68

表-4 各モデルの固有振動数