IV—11 不確実性による混雑コストの計量化について

○ 徳島大学　正　青山吉隆
徳島県　正　尾高政行

1. はじめに

道路交通の走行速度は道路混雑の影響を受けて変動し、走行時間は時刻、曜日によって異なる。また道路網における交差点や鉄道、海運、航空におけるターミナルのように、いわゆるノードでの待ち時間の変化によっても走行時間は異なってくる。一般にすべての交通モードは多少の差はあっても、それによる走行時間は不確実である。走行時間の不確実性の最も大きいモードは都市内街路網を流れる道路交通であり、最も小さいのは定刻ダイヤによって運行されているモードである。この走行時間の不確実性は現在の交通システムのもつ不可避な性質であり、この不確実性によって受ける利用者の損失は一種の社会的費用と考えることができる。本論はこの走行時間の不確実性を確率的に取扱い、在庫理論を応用して、利用者の損失を計量化する方法を提案したものである。

2. 不確実性によるコスト

いまある2地点間を結ぶルートの走行時間を x とし、x が確率分布関数 $F(x)$ に従うとし、$F(x)$ の確率密度関数を $f(x)$ とする。x が不確実であるので、利用者が見込む走行時間を T とすれば、T と x の関係によって、目的地に早く着きすぎる場合と遅れて到着する場合とが生じる。いま早く着きすぎたことによる待ち損失を λ（円/時），遅れて到着したことによる信用損失を β（円/時）とすると、走行時間の不確実性によるコスト K（円）は式(1)で与えられる。

$$(1)\quad K=\int_0^T \lambda(T-x)f(x)dx+\int_T^\infty \beta(x-T)f(x)dx$$

ここに λ，β は交通目的により、また旅客と貨物により異なる時間価値である。ある λ，β を持つ利用者は式(1)で与えられるコストの期待値 K を最小にするように T を決定することができる。K を最小にする T は $\partial K/\partial T=0$ より与えられ、最適な見込み時間を T^* とすれば、T^* は式(2)を満足する。

$$(2)\quad F(T^*)=\frac{\beta}{\lambda+\beta}$$

この T^* は唯一つ存在し、$\partial^2 K/\partial T^2>0$ より、確かに K の最小値を与えている。利用者が走行時間として T^* を見込んで出発したとすると、その時の不確実性によるコスト K^* は式(3)となる。

$$(3)\quad K^*=\int_0^{T^*}\lambda(T^*-x)f(x)dx+\int_{T^*}^\infty \beta(x-T^*)f(x)dx$$

$$=-\lambda\int_0^{T^*}xf(x)dx+\beta\int_{T^*}^\infty xf(x)dx\geq 0$$

すなわち所与の交通システムの下で、走行時間 x が不確実であるとき、利用者が自由にコントロールできるのは見込み走行時間 T のみであり、T を最適に決定したとしても、なお式(3)の K^* の不確実性によるコストを負担しなければならない。さらに同一の交通システムの下でも、利用者の時間価値 λ，β の値によって、この K^* は異なった大きさとなる。

また T^* の走行時間を見込んで出発したとき、目的地に早く到着する確率を p，遅れて到着する確率を q とすると、

$$(4)\quad p=\int_0^{T^*}f(x)dx=\frac{\beta}{\lambda+\beta}$$

$$(5)\quad q=1-p=\frac{\lambda}{\lambda+\beta}$$

$$\therefore\ (6)\quad p/q=\beta/\lambda$$

ゆえに式(6)は $f(x)$ とは無関係に成立することになり、β，λ の推定のために式(6)を用いることができる。

3. 時間コスト

走行時間に原因をもつコストを時間コストと呼ぶことにすると、時間コストの期待値 C は実走行時間コストと不確実性によるコストの和である。実走行時間

に対する時間価値を γ（円/時）とすると、C は式(7)で与えられる。

$$(7)\quad C = \gamma\cdot\int_0^{\infty} x f(x)\,dx + K^* = \gamma\cdot\bar{x} + K^*$$

ここに $\bar{x}$ は走行時間の期待値である。

一般にモーダル・スプリット・モデルなどで用いられるモードの評価には $\gamma\cdot\bar{x}$ だけを考慮しているが、不確実性が大きい場合や、λ, β が大きい場合には、K^* を考慮することが必要となる。時間コストに占める不確実性コストの割合を R とすると、

$$(8)\quad R = K^*/C = \frac{1}{1 + \gamma\bar{x}/K^*}$$

ゆえに R が大きいモードについては、不確実性を減少させることが、交通政策上の重要な問題となる。

4. 分布関数 $F(x)$ について

走行時間 x の確率分布関数 $F(x)$ は現実の走行時間を調査することにより推定することができるが、一般に走行時間の不確実性の原因はあらゆる地点での交通混雑による速度低下やノードにおける待ち時間など、多くの原因が重なって生じたものである。このように各地点での独立な微少攪乱の複合した不確実性は、正規分布関数を適用することによって表現できる。今、x が $N(\bar{x}, \sigma^2)$ に従うと仮定すると、

$$(9)\quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right\}$$

ただし、正規分布の場合には x の変動範囲は $-\infty < x < +\infty$ となり、現実には $0 < x < +\infty$ であるから矛盾が生じる。マイナスの x が生じる確率は式(10)で

$$(10)\quad \int_{-\infty}^{0} f(x)\,dx \leq 0.05$$

あり、この確率が5%以下であるためには、変動係数が $\sigma/\bar{x} < 0.61$ 以下であればよい。たとえば平均60分の2地点間の走行時間の標準偏差が36分以下であれば式(10)が成立する。一般的に不確実性はこの $\sigma/\bar{x} < 0.61$ の範囲に入るとみなせるので、5%の有意水準で x が $-\infty < x < \infty$ の変動域をもつ正規分布に従うとして展開していく。一例として道路網の信号交差点を考える。信号周期を t とし、赤時間を t_R, 青時間を t_B, $(t = t_R + t_B)$ とすると、この信号交差点での待ち時間の期待値 E_1 と分散 V_1 は

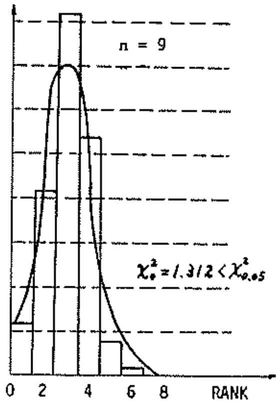
$$(11)\quad E_1 = \frac{t_R^2}{2t}, \quad V_1 = \frac{t_R^3}{12t^2}(4t_B + t_R)$$

この信号交差点が独立して n 個あるルートの待ち時間の期待値 E_n と分散 V_n は中心極限定理によって、式(12)となり、待ち時間は $N(E_n, V_n)$ に従う

$$(12)\quad E_n = n\cdot E_1, \quad V_n = nV_1$$

確率変数となる。$n=9$ の場合の中心極限定理による理論度数と乱数発生によるシミュレーション結果を図-1に示す。χ^2-検定の結果は有意水準5%で有意に適合している。

Fig.-1 信号交差点の待ち時間



さて、x が $N(\bar{x}, \sigma^2)$ に従うとき、最適な見込み時間 T^* は式(2)より、

$$(13)\quad \int_{-\infty}^{T^*} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right\} = \frac{\beta}{\lambda+\beta}$$

式(13)を解いて T^* を求めることができる。さらにこの T^* を式(3)に代入し、式(14)により K^* を得る。

$$(14)\quad K^* = \beta\cdot\sigma\cdot\left\{-\frac{\lambda}{\beta}\int_{-\infty}^{\frac{T^*-\bar{x}}{\sigma}} \phi(z)\,dz + \int_{\frac{T^*-\bar{x}}{\sigma}}^{\infty} \phi(z)\,dz\right\}$$

ここに $\phi(z)$ は標準正規密度関数である。

こうして結果としては、λ, β, $\bar{x}$ を与件とすれば、K^* は σ の一次式によって表わされることになる。

計算結果及び考察は講演時に発表する予定である。