

1-10 波のエネルギー損失を考慮した湾水振動の一解法

神戸大学工学短期大学部 正員 村上 仁士

1. 予えがき: 従来, 防波堤開口部における波のエネルギー損失を考慮した実振理論は確立されてはいない。そこで, LeMéhauté が求めた理論に開口部のエネルギー損失の項を加えてエネルギー保存則を導入し, 新たに湾水振動の一解法を示し, その解にもとづいて湾水の振動特性について若干の考察を行なった。

2. 理論の仮定および記号: 波は微小振幅波で, それを複素表示して, 入射波と反射波を重ね合わせができると仮定する。用いた記号は図-1 に示した記号の外, 複素数と「バー」で示し, 振幅はその絶対値, 位相差は「ハット」で示す。記号 α および β は透過および反射特性で係数 1, α はそれぞれ水槽 I および II の波の特性である。また記号 ρ は湾奥の反射率, τ は底面摩擦を表わすことにする。はみ, h は水深, L は波長である。

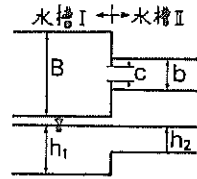


図-1 模型記号

3. 理論解析: (1) 連続の条件: I から II へ波が進行する場合, 開口部の流量の連続性から, $Z\bar{\alpha}_1 + \bar{\beta}_1 = \bar{J}$ (1) かつ, $Z = bL_2/BL_1$, $\bar{\alpha}_1 = \alpha_1 \exp(i\hat{\alpha}_1)$, $\bar{\beta}_1 = \beta_1 \exp(i\hat{\beta}_1)$, $\bar{J} = 1$ である。同様に II から I へ波が進行する場合の連続式は,

(1/Z) $\bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_2 = \bar{J}$ (2) かつ, $\bar{\alpha}_2 = \alpha_2 \exp(i\hat{\alpha}_2)$, $\bar{\beta}_2 = \beta_2 \exp(i\hat{\beta}_2)$ である。

(2) エネルギー保存則: I から II へ波が進行する場合, II から I へ波が進行する場合に, 開口部で失われる波のエネルギー消散率とそれを用いたエネルギーとをそれぞれ E_1 および E_2 とすると, エネルギー保存則から,

$$\beta_1^2 + AZ\alpha_1^2 + E_1 = 1 \quad (3) \quad \beta_2^2 + (1/AZ)\alpha_2^2 + E_2 = 1 \quad (4)$$

が求まる。ここに, $A = A_2/A_1$ かつ, $A_i = 1 + 2\pi h_i / \sinh 2\pi h_i / L_i$ ($i=1, 2$), $\omega = 2\pi/L$ である。I および II からそれぞれ振幅の異なる波が互いに逆向きに入射するとき,

$$(3), (4) \text{ 式の条件を用いて, 次の式が得られる。} \quad \alpha_2\beta_1 = AZ\alpha_1\beta_2 \quad (5)$$

$$\hat{\alpha}_2 - \hat{\beta}_2 = -(\hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1) + \pi + 2n\pi \quad (6) \quad (1) \sim (6) \text{ 式から, } \beta_1, \beta_2, \alpha_2, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2 \text{ は } \alpha_1 \text{ の関数として, それぞれ次式のように求められる。}$$

$$\beta_1 = \sqrt{1 - AZ\alpha_1^2 - E_1} \quad (7) \quad \beta_2 = \sqrt{\left(\frac{1-E_2}{1-E_1}\right)(1 - AZ\alpha_1^2 - E_1)} \quad (8) \quad \alpha_2 = \sqrt{\left(\frac{1-E_2}{1-E_1}\right)AZ\alpha_1} \quad (9)$$

$$\cos \hat{\alpha}_1 = \frac{\alpha_1}{Z}(A+Z) + \frac{E_1}{2Z\alpha_1} \quad (10) \quad \cos \hat{\alpha}_2 = \frac{1 - \left(\frac{1-E_2}{1-E_1}\right)(1-E_1) - AZ\alpha_1^2(A+Z)}{2\left(\frac{1-E_2}{1-E_1}\right)AZ\alpha_1} \quad (11)$$

$$\cos \hat{\beta}_1 = \frac{(2-E_1) - Z\alpha_1^2(A+Z)}{2\sqrt{1 - AZ\alpha_1^2 - E_1}} \quad (12) \quad \cos \hat{\beta}_2 = \frac{1 + \left(\frac{1-E_2}{1-E_1}\right)\{(1-E_1) - AZ\alpha_1^2(A+Z)\}}{2\sqrt{\left(\frac{1-E_2}{1-E_1}\right)(1 - AZ\alpha_1^2 - E_1)}} \quad (13)$$

上式で, $E_1 = E_2 = 0$ となる場合, LeMéhauté が誘導した式と一致する(註: $\hat{\beta}_2$ については LeMéhauté の論文は間違っている)。LeMéhauté は α_1 と与える実験式として次式を示し, その妥当性についても論述している。

$$\alpha_1 = Z(c/b)^{1/2}(B/b)^{1/2} / \{1 + A(L_2/L_1)\} \quad (14) \quad \text{さて, 湾奥における波高増幅率 } R \text{ (入射波高の } Z \text{ 倍に対する湾奥の波高) の算定方法については, LeMéhauté の方法と同じであるため, ここでは省略し, 結果のみを示すこととしよう。}$$

$$R = \frac{\tau \alpha_1 (1 + \rho)}{2\sqrt{1 + (\beta_2^2 \rho^2) - 2\beta_2 \tau^2 \rho \cos(\hat{\beta}_2 + 2\pi)}} \quad (15)$$

4. 応答特性: 急激および急激によるエネルギー消散率 E_1 および E_2 をそれぞれ正確に求め, その特性と調べるべきであるが, 以下は急激に比し, 急激の場合のエネルギー

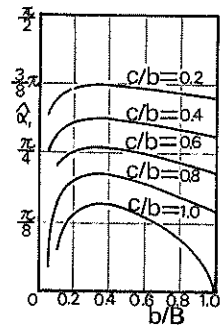


図-2 α_1 の特性

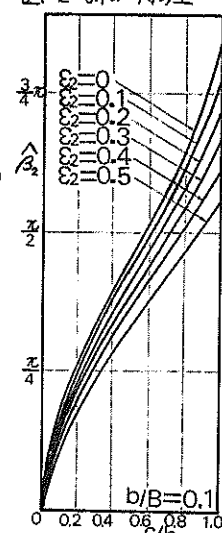
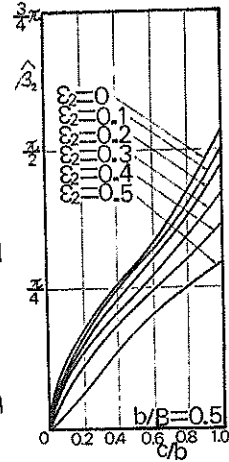


図-3 (1) α_2 の特性 ($b/B=0.1$ の場合)

透散は小さいという仮定, しにがって $E_1=0$ および水深は港湾内外で一先という仮定のもとに議論を進めることにする。

(1) $\hat{\alpha}_1$ の特性: 図-2は開口比 C/b および相対透散幅 b/B の変化により $\hat{\alpha}_1$ の位相変化を示したものである。たとえば防波堤がない場合 ($C/b=1$) とみてもわかるように, 外海幅 B が透散幅 b の 20~30% の場合が, 入射波に対する透過波の位相が最もずれやすい。また開口幅 C を小さくすると位相のずれが大きくなるが, 外海幅の位相ずれによる影響は少なくなる。 (2) $\hat{\alpha}_2$ の特性: 図-3(1), (2) は開口比 C/b およびエネルギー透散率 E_2 の変化による $\hat{\alpha}_2$ の位相変化を示したものである。まず b/B が一定の場合, 開口幅 C が大きくなるほど湾奥で反射した波が開口部で再反射して湾奥に向う波との位相のずれ $\hat{\alpha}_2$ は大きくなる。しかし, もし湾内の波が開口部でエネルギー透散される場合, ずれが大きくなるほど, 位相のずれは小さくなる。また, 両図の比較から, 透散幅 b が大きくなると, 位相差は小さくなる。 (3) $\hat{\alpha}_3$ の特性: 図-3(2) $\hat{\alpha}_3$ の特性 ($b/B=0.5$ の場合)



5. 共振特性: 図-4(1), (2) は (15) 式で, $T=2.0 \text{ sec}$, $h=1.5 \text{ cm}$, $P=1$, $r=0.95$, $t=-\frac{\pi}{2}$ とし計算結果であり, $E_2=0$ の場合が LeMéhauté の理論と一致するもので, 縦軸は波高増幅率 R , 横軸は透散率 E_2 と波長 L の比で示している。

(1) 図は外海幅に比し透散幅が小さい場合 ($b/B=0.1$) の防波堤がない場合 ($C/b=1$) である。図から, E_2 が大きくなると共振波長は短くなり, 波高増幅率は低下する。 (2) 図は外海幅が大きい場合 ($b/B=0.5$) 開口幅を小さくした場合 ($C/b=0.2$) で, 両図の比較から, 透散幅が小さくなると波高増幅率は低下し, 共振波長もさらに短くなるが, E_2 の相違による共振波長の変化の程度は少なくなる。図-5(1), (2) は, 共振時の波高増幅率 R_R と開口比 C/b の関係を示したもので, (1) 図は外海幅に比し透散幅が小さい場合 ($b/B=0.1$) である。 $E_2=0$ では C/b が 0.6 の近所で極値をもつが, $E_2 \neq 0$ の場合には開口幅を小さくすることによって共振波高は減少し, いわゆる harbor paradox が成立しない。一方, (2) 図は外海幅に比し透散幅が大きい場合 ($b/B=0.5$) で, E_2 が 0.4 以上になると, 前述したと反対傾向にはり harbor paradox が成立しない。また, 透散幅が広くなると共振波高は低下することば, 両図を比較することによって明らかである。

(1) 図は外海幅に比し透散幅が小さい場合 ($b/B=0.1$) の防波堤がない場合 ($C/b=1$) である。

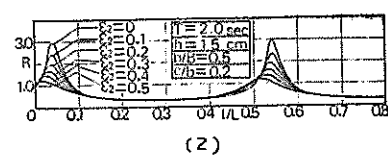
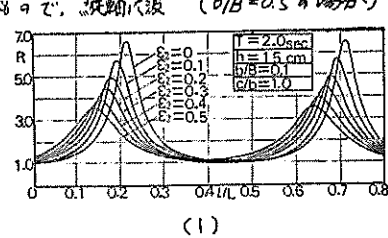


図-4 湾水の共振特性

6. あとがき: 本研究によって, 防波堤開口部による波のエネルギー損失が湾水の共振特性に与える影響が

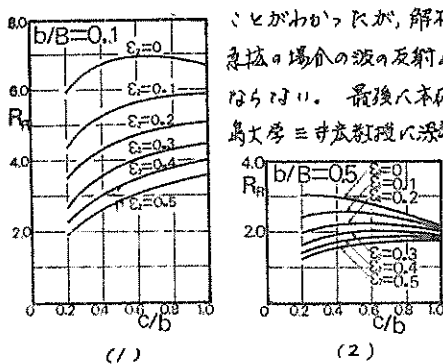


図-5 開口幅 C/b およびエネルギー損失 E_2 の変化による波高増幅率 R_R の変化

ことがわかったが, 解析を進めるにあたって多くの仮定が含まれており, 今後, 共振・非共振の場合の波の反射および透過特性さらに, それぞれの位相特性を明確にしなければならぬ。最後に本研究にあたり有益な御助言を賜った, 京大工学部雄一教授, 徳島大学三村教授に感謝の意を表するとともに, 本研究は文部省科学研究費による研究の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) LeMéhauté, B.: Periodical gravity wave on a discontinuity, J. Hy. Div., ASCE, pp.11-41, Nov., 1960
- 2) LeMéhauté, B.: Theory of agitation in a harbor, J. Hy. Div., ASCE, pp.31-50, March, 1961