

1-11 信頼性にもとづく不静定トラスの最適設計(第二報)

愛媛大学工学部

正会員 大久保 祐二

三菱重工業神戸造機所

正会員 畠田 隆司

1 まえがき 構造物の設計の際用いる安全率に関して 近年確率論を用い 経済的側面より合理的に決定しようとする試みが種々なされている。筆者らはすでに 構造物の目的関数を 構造物破壊時に与える社会的損失と構造物初期建設費用の和と考え、SLP法を用いて不静定トラスの最適な破壊確率および最適な断面を決定する方法について報告している。本報告では 不静定トラスの破壊確率を、部材破壊後にも構造物が安定となる確率を考慮して算定し、SLP法を用いて不静定トラスの最適な部材断面および最適な破壊確率を決定する方法について述べるものである。計算例として 図1に示す内の1次不静定トラスを考えている。

2. 道路橋の設計活荷重のシミュレーション 構造物の信頼性解析において作用する外力を正確に決定することはきわめて重要である。このため本研究では自動車重量と自動車占有長(図2)の統計的資料を基礎に 橋梁を通行する渋滞状態における自動車列の模型を作成し トラス格点(図1の①, ②)に作用する外力の密度関数の算定を行った。いま大型車、小型車が双峰性確率曲線をなし 大型車の密度関数を $N(1.74 \text{ ton}, 1.54 \text{ km})$ 、小型車の密度関数を $N(1.54 \text{ ton}, 0.55 \text{ km})$ 、大型車の混入率を0.3、最小車間距離を1Mと仮定し、格点①に作用する外力の密度関数をシミュレーションを用いて算定した。その結果を図3に示す。また格点①, ②に作用する外力の相関係数は-0.028であった。このことから両者は完全に独立といえる。ところで図3の密度関数を連続な密度関数で(例えばガウス正規、正規分布等)近似することは可能ではあるが、一般に不静定トラスの破壊確率は離散的な密度関数を用いて算定されるため 図3の密度関数を確率棒グラフで表わすのが誤差を最小にする方法といえる。

3 トラス部材の破壊確率の算定 部材iに作用する軸力の密度関数を $f_{S_i}(x)$ 部材iの抵抗力の分布関数を $F_{R_i}(x)$ とすれば 部材iの破壊確率(P_{F_i})は次式より求められる。

$$P_{F_i} = \int_0^{\infty} f_{S_i}(x) F_{R_i}(x) dx \quad (1)$$

ところで 軸力が図3で示される密度関数に該当する場合は、 $f_{S_i}(x)$ を離散型の確率棒グラフ($P_{S_i}(x_j)$, $j=1, n$ 図4参照)で置きかえることにより①式は次式となる。

$$P_{F_i} = \sum_{j=1}^n P_{S_i}(x_j) \cdot F_{R_i}(x_j) \quad (2)$$

4 不静定トラスの破壊確率の算定 不静定トラスにおいては部材の破壊が必ずしも構造物全体の破壊とならない場合がきわめて多い。このため不静定トラスの破壊確率は(P_F)、部材の少なくとも1本が破壊する確率(P_B)と同じであるといえ、 P_B より部材が破壊しても構造物が安定となる確率(P_0)を引くことにより求められる。すなわち P_F は次式となる。

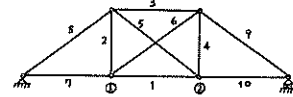


図1 内の1次不静定トラス

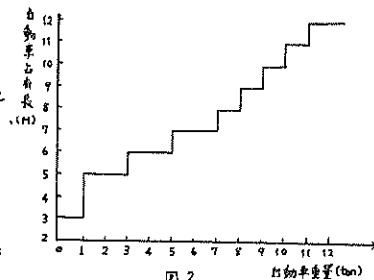


図2

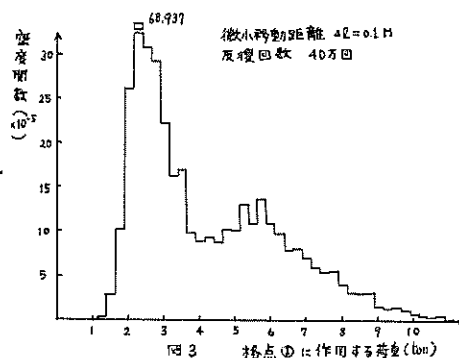


図3 格点①に作用する荷重(ton)

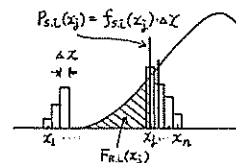


図4 抵抗力の分布関数と外力の密度関数

$$P_F = P_F - P_0$$

$$= 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P_{Fi}) - P_0 \quad (3)$$

ここに P_{Fi} は部材 i の破壊確率 m は部材数を表わす。

上式の P_0 は図5のトラスの場合には

図6の図の領域で表われ また P_F は

図6の領域となる。図6の $P_{Fi(j),k}$ は、部材 j が破壊した後、部材 i の軸力を塑性解析を用いて算出し部材 i が破壊する確率を表わす。 M_i は外力 G のとき部材 i が破壊する組み合わせの総数を表わす。

次に図1に示す不静定トラスの場合には、部材1から部材6のうちどれか1本が破壊し残り9部材が破壊しなければ構造物として安定を保つため、6つのSub-構造系が考えられる。その1例として部材1が破壊した場合のSub-構造系を図7に示す。 R_1 は部材1の抵抗力である。また P_0 は、図8に示すフローチャートに従い算定している。

5. 構造物の目的関数および断面積に対する影響係数 本研究では構造物の目的関数 (M) として 初期建設費用と構造物破壊時における社会的損失の和を考えた。したがって、目的関数は次式となる。

$$M = A_0 W + PN \cdot P_F \quad (4)$$

ここに A_0 は 構造物単位容積当りの初期建設費 W は 構造物の全容積 PN は、構造物破壊時の社会的損失を表わす。さて、不静定トラスではある部材の断面積の変化が他の部材の部材力および破壊確率に影響を与える。したがって、2-STEP法により最適設計を行う場合には、目的関数の設計変数による影響係数が必要となる。(4)式の断面積 A_i に対する影響係数は次式となる。

$$\frac{\partial M}{\partial A_i} = A_0 \cdot L_i + PN \frac{\partial P_F}{\partial A_i} \quad (5)$$

ここに L_i は部材 i の部材長を表わす。上式の $\frac{\partial P_F}{\partial A_i}$ は解析的に求めることが困難なため 本研究では差分法を用いて次式より算定している。

$$\frac{\partial P_F}{\partial A_i} \cong \frac{\Delta P_F}{\Delta A_i} = \frac{P_F(A_i + \Delta A_i) - P_F(A_i)}{\Delta A_i} \quad (6)$$

6 計算例 図1に示す不静定トラスで 格間長7m 垂直材の長さ5m 荷重として2)で得られた密度関数 ρ 9個の確率種 ρ ラフで代表させ PN/A_0 は 10^6 座屈変動係数は0.1 降伏点応力の平均値および変動係数は 28 kg/mm^2 , $5/28$ 。部材断面積として厚さ8mmの正方形箱形断面を用いた時の初期断面積と最適断面積を表1に示す。また最適値へ収束する過程を表2に示す。

参考文献

1) 信頼性にもとづく最適設計法の基礎的研究：大久保 敏田, S48, 中四学術講演概要

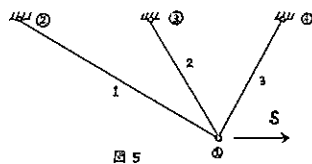


図5

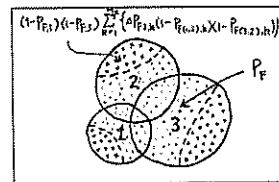


図6

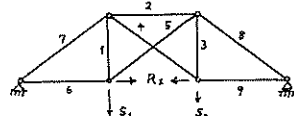


図7 Sub-構造系(1)

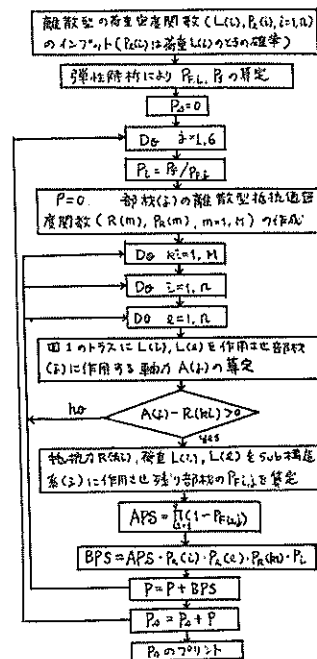


図8 P_0 を算定するためのフローチャート概略

部材	初期断面積 m^2	最適断面積 m^2
1	4552.4	1456.3
2	4118.9	1162.2
3	4118.9	3968.2
4	4118.9	1162.2
5	2259.4	607.0
6	2259.4	607.0
7	3726.6	2657.7
8	5031.6	4727.8
9	5031.6	4727.8
10	3726.6	2657.7

(表1)

反復回数	目的関数	P_F	Move Limit
1	0.2201×10^7	0.7225×10^{-5}	0.1
10	0.7762×10^7	0.6269×10^{-2}	0.1
20	0.1535×10^7	0.9774×10^{-4}	0.05
30	0.1564×10^7	0.2014×10^{-3}	0.05
40	0.1492×10^7	0.7031×10^{-4}	0.025
50	0.1489×10^7	0.8892×10^{-4}	0.0125
52	0.1489×10^7	0.8690×10^{-4}	0.0125

(表2)