

徳島大学工学部 正倉 恩鶴弘行

平尾 潔

学生員 〇里見恒利

1. 要旨: 本研究は有限変位を考慮した非線形変形法の基本式を誘導し, tangent stiffness methodにより漸増節点荷重をうける平面剛滑節骨組の弾塑性安定解析を行なう一方法について研究し, その解析プログラムの作成をこころみたものである。

2. 解析上の仮定: 本解析に用いた仮定はつぎのようである。 1) 材料は完全弾塑性体とし, ひずみ硬化は無視する。 2) 断面の形状係数は1とし, 塑性流の節軸方向の拡がりは無視する。 3) 軸力による全塑性モーメントの低下は無視する。 4) 荷重としては, 漸増節点荷重だけを考える。 5) 部材の座底としては軸力部材に対するオイラー座底だけを考える。 6) 塑性関節の発生位置は各部材の枝端に限る。

3. 固有座標系を2に対する基本式: 図-1のように枝端力および変形量の正方向を定めると, 有限変位を考慮した場合, 軸力は式(1)のように表わされ, せん断力と枝端モーメントは枝端条件に応じて, それぞれ式(2)のように表わされる。

$$N_{ii} = \frac{EA}{L}(\delta_0 - \delta)$$

$$(1) \text{ 両端剛節 } Q_{ii} = \frac{6EI}{L^2}\delta_2(\delta_2 - \phi) + \frac{6EI}{L^2}\delta_3(\delta_2 - \phi), M_{ii} = \frac{4EI}{L}\delta_2(\delta_2 - \phi) + \frac{2EI}{L}\delta_3(\delta_2 - \phi)$$

$$(2) \text{ 1端剛1端滑 } Q_{ii} = \frac{3EI}{L^2}\delta_2(\delta_2 - \phi), M_{ii} = \frac{3EI}{L}\delta_2(\delta_2 - \phi)$$

$$(3) \text{ 1端滑1端剛 } Q_{ii} = \frac{3EI}{L^2}\delta_2(\delta_2 - \phi), M_{ii} = 0$$

$$(4) \text{ 1端剛1端降 } Q_{ii} = \frac{3EI}{L^2}\delta_2(\delta_2 - \phi) + \frac{3M_p}{2L}\delta_3, M_{ii} = \frac{3EI}{L}\delta_2(\delta_2 - \phi) + \frac{M_p}{2}\delta_3$$

$$(5) \text{ 1端降1端剛 } Q_{ii} = \frac{3EI}{L^2}\delta_2(\delta_2 - \phi) + \frac{3M_p}{2L}\delta_3, M_{ii} = M_p\delta_3$$

$$(6) \text{ 1端降1端滑 } Q_{ii} = \frac{M_p}{L}\delta_3, M_{ii} = M_p\delta_3 \quad (7) \text{ 1端滑1端降 } Q_{ii} = \frac{M_p}{L}\delta_3, M_{ii} = 0$$

$$(8) \text{ 両端降伏 } Q_{ii} = (M_p + M_{pi})/L, M_{ii} = M_{pi}$$

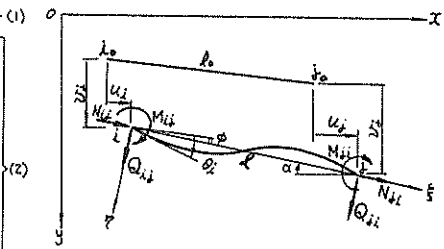


図-1

ただし, 上式で, M_{pi} , M_{pj} は枝端 i, j における全塑性モーメントであり, 非線形変位 $\delta_2 \sim \delta_3$ については文献(1)を参照されたい。つぎに, 上式のように固有座標系で表わされた枝端力は, 座標変換行列 T_{ik} を用いて, 式(2)により一般座標系 K_i に変換される。

$$P_i = T_{ik} \cdot S_{ik} \quad (\text{ただし, } P_i = \{R_i, Q_i, M_i\}^T, S_{ik} = \{N, Q, M\}_{ik}^T) \quad (3)$$

$$\text{ここで, } T_{ik} = \begin{bmatrix} m & -n & 0 \\ n & m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad m = \cos \alpha = (x_i - x_j + u_i - u_j)/L, \quad n = \sin \alpha = (y_i - y_j + v_i - v_j)/L \quad (4)$$

$$L = \{(x_i - x_j + u_i - u_j)^2 + (y_i - y_j + v_i - v_j)^2\}^{1/2}$$

4. tangent stiffness matrix: 本文で用いた tangent stiffness matrix は文献(2)を参考にして誘導を行な, たものである。ここでは, その誘導方法を簡単に説明する。いま, ある部材の一般座標系で表わされた任意の枝端力 P が n 個の変形量 $\{u\} = \{u_1, \dots, u_n\}$ の関数 $P = P(u_1, \dots, u_n)$ と表わされるとき, 変形量が $\{u\}$ から $\{u + d\}$ に増加したときの P は, 同様 P を変形量 $\{u\}$ の点で Taylor 展開して, 高次の項は無視すれば, 次のように表わされる。

$$P(u_1 + du_1, \dots, u_n + du_n) = P(u_1, \dots, u_n) + \frac{\partial P}{\partial u_1} du_1 + \dots + \frac{\partial P}{\partial u_n} du_n \quad (5)$$

すなわち, 枝端力増分 dP と変形量増分 $\{du\}$ の関係はつぎのようになる。

$$dP = \frac{\partial P}{\partial u_1} du_1 + \dots + \frac{\partial P}{\partial u_n} du_n \quad (6)$$

そこで, 枝端力増分 $\{dP\}_{ik}$ と変形量増分 $\{du\}_{ik}$ の関係を tangent stiffness matrix $\{K_T\}$ とつづてかけば, つぎのように表わされる。

$$\{dP\}_{ik} = \{K_T\}_{ik} \{du\}_{ik} \quad (7)$$

ただし, $\{dP\}_{ik} = \{dR, dQ, dM\}_{ik}^T$, $\{du\}_{ik} = \{du, dv, d\theta\}_{ik}^T$, $\{du\}_{ik} = \{du, dv, d\theta\}_{ik}^T$ であり, $\{K_T\}_{ik}$, $\{K_T\}_{ik}$ は式(8)により誘導される一般座標系における tangent stiffness matrix である。

$$\{K_T\}_{ik} = \frac{\partial P_{ik}}{\partial u_{ik}}, \quad \{K_T\}_{ik} = \frac{\partial P_{ik}}{\partial u_{ik}} \quad (8)$$

5. 解析手順：本文の解析手順は文献のとはほぼ同様であるが、その概略は示せば以下のようである。

1) 6. で述べる手順により、任意の荷重強度に對する枝端力、節点変位の収束値を求める。同時に $\{R\}$ の determinant の値を計算する。

2) 0 の値により、つぎの分岐の経路をとる。

1) $D > 0$ のとき、文献 6) に述べられている方法により、最小荷重係数 $k_{L, min}$ を求め、この値を用いて荷重強度を変更してつぎに帰る。そして、以上の操作を繰返し、 $k_{L, min}$ となる荷重強度、枝端力、節点変位を求め、つぎの 3) に入る。

2) $D < 0$ のとき、文献 6) の方法により、荷重強度を変更して繰返し計算を行ない、限界荷重 $\{P\}$ の近似解が求まる時点で、構造全体の座屈崩壊がおこったものとして、解析を終了する。

3) $D = 0$ のとき、この荷重強度で構造物が不安定となるものとして、解析を終了する。

3) この段階で発生した近似節材について条件を変更し、つぎの段階に移行する。

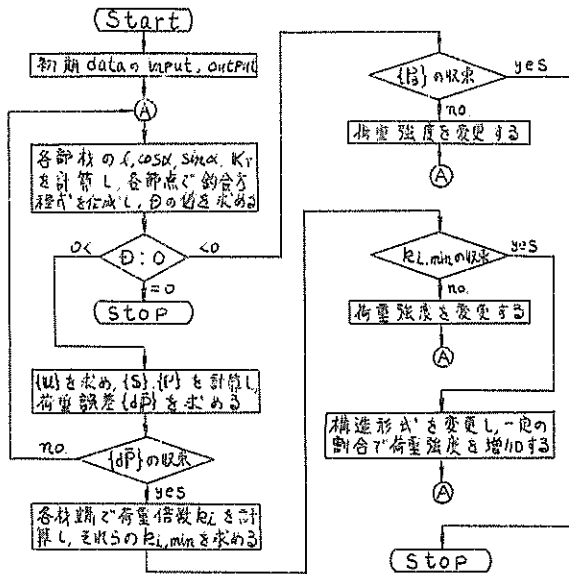


図 - 2

以上の手順で構造物が座屈崩壊するか、座屈をおこして不安定となるまで繰返す。

なお、本文では、上述の解析手順にしたがって、初期の input data を与えるだけで、漸増節点荷重をうける任意の平面剛滑節骨材の崩壊過程を電子計算機 (FACOM 230-75) で自動的に追跡し、最終的な崩壊荷重が求まるような自動弾塑性安定解析プログラムを作成したが、その演算の流れは図-2 のようである。

6. tangent stiffness method による収束解の求め方：ここでは、tangent stiffness matrix を用いて、任意荷重 $\{P\}$ に対する変形量 $\{u\}$ を求める手順について説明する。(図-3 参照)

まず、解析の当初においては、線形の stiffness matrix $\{K_L\}$ を計算し、各節点で立てた構造全体に対する釣合方程式 $\{R\} = \{K_L\} \{u\}$ を解けば、変形量の第 1 近似解 $\{u_1\}$ が得る。つぎに、 $\{u_1\}$ を用いて枝端力 $\{S_1\}$ を求め、各節点で $\{R_1\} = \{S_1\}$ を計算し、 $\{dR\} = \{R_1\} - \{R\}$ より荷重誤差 $\{dR\}$ を求める。そこで、この $\{dR\}$ が適当な誤差範囲にあれば、このときの近似解を収束解とする。誤差 $\{dR\}$ が大きければ、 $\{u_1\}, \{S_1\}$ を用いて、tangent stiffness matrix $\{K_T\}$ を計算し、 $\{dR\}$ を荷重増分と考えて、釣合方程式 $\{dR\} = \{K_T\} \{du\}$ を解き、変形量増分 $\{du\}$ を求める。ついで、 $u_2 = u_1 + du_1$ により、第 2 近似解 $\{u_2\}$ を求め、この $\{u_2\}$ を用いて、 $\{S_2\}, \{R_2\}, \{dR_2\}$ を計算する。そして、 $\{dR_2\} < \epsilon$ となるまで、この手順を繰返す。

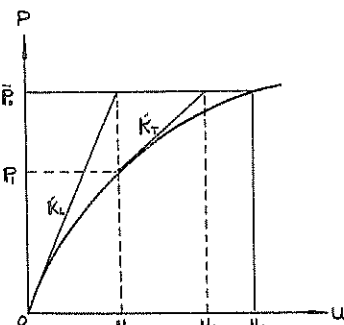


図 - 3

7. 討 論：簡単なラーメン構造物、2次元リブアーチおよび、ローギ格に対する解析結果を、文献 6) の近似解と有限変位を考慮した解析結果とを、通常の線形弾塑性解析結果とを比較しながら、講義当日スライドをビデオで紹介する予定である。

参考文献

- 1) 堀崎弘行、平尾潔：平面剛滑節構造物の一節材極限解析、土木学会論文報告集、第 218 号、1973 年 10 月。
- 2) S.A. Saffran: Nonlinear Behavior of Structural Plane Frames, Proc. ASCE, vol 94, June, 1968.