

広島大学工学部 正 細 千 寿 夫

広島大学工学部 正 吉 国 井

広島大学工学部 正 中, 堂 裕 文

1. まえがき

三軸試験による圧密の解析には *Silveira* の外方向放射流れによる圧密の解が良く利用されているが、これは *Torzaghi* の熱伝導型圧密方程式を解いたものである。この圧密方程式の最大の難点は、この方程式がどのような変形条件あるいは境界の応力条件のもとに成立するのかわからないことにある。従って、この方程式による圧密の解析もその意味を持たない。この点に関して *Torzaghi* の理論の修正という形でいくつかの方程式が提案され解り与えられているが、いずれもその手法に妥当性を欠いているように思われる。それは三次元における変形の問題が正しく考慮に入れられて解析が行なわれていないということである。本論文では変形条件を考慮に入れた軸対称放射流れの場合の圧密方程式を導き、その解を三軸試験による圧密の解析に便利な形で与えるとともに、三次元の圧密の計算に必要な諸定数決定の方法を提案している。

2. 平面変形条件のもとでの軸対称放射流れによる圧密方程式

三軸試験における円柱供試体の側面より排水する。各境界面は圧密中、常にものと面と平行を保つように変位するものとする。従って境界面上には垂直力のみが作用しせん断力はゼロなり。このような変形条件を平面変形条件と呼ぶことにする。この変形条件のもとでは圧密変形方程式は次のようになる。⁽¹⁾

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c \nabla^2 u + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{grad } \varphi = 0 \quad \text{したがって } \varphi = (\lambda + 2\mu) e + u \quad (2)$$

またこのような変形条件のもとでは領域内部のあらゆる部分で、圧密過程中、主応力方向は変化しないので、応力のつり合い条件式からせん断力の項は消える。従ってその方向については境界における荷重と居ると、応力のつり合い条件は次の式で与えられる。

$$p_z = \sigma_z + u \quad (\sigma_z: \text{有効応力})$$

フック則より

$$\sigma_z = (\lambda + 2\mu) e - 2\mu (e_r + e_\theta) \quad (4)$$

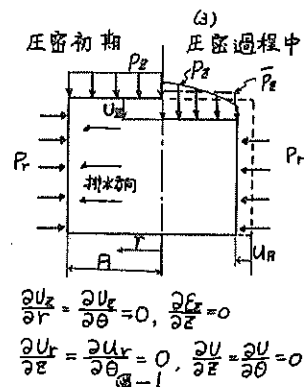
(3) と (4) より

$$\begin{aligned} p_z &= (\lambda + 2\mu) e + u - 2\mu (e_r + e_\theta) \\ &= \varphi - 2\mu (e_r + e_\theta) \end{aligned} \quad (5)$$

この変形条件のもとで与えられる z 軸方向の荷重はその面における平均値という形で与えられるので、上式を平均値 $\bar{p}_z$ と表わすと、(2) の

$\text{grad } \varphi = 0$ を考慮に入れれば次式を得る。

$$\bar{p}_z = \varphi + 4\mu \left(\frac{u}{r} \right) \quad (6)$$



$$\frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0$$

次に半径方向の荷重条件について、 $r = R$ において

$$P_r = \sigma_r + u$$

よって応力と変位との関係は

$$\begin{aligned} P_r &= (\lambda + 2\mu) e + u - 2\mu(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \\ &= \varphi - 2\mu(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \end{aligned}$$

$r = R$ における $\varepsilon_\theta = -u_R/R$ より、上式は

$$P_r = \varphi - 2\mu\varepsilon_r + 2\mu(u_R/R) \quad (7)$$

最後に(2)の条件式において、 φ は $\text{grad } \varphi = 0$ を満足する平均値を表わしてよい。
従って

$$\varphi = (\lambda + 2\mu) \bar{e} + \bar{u} = (\lambda + 2\mu) \bar{e} - 2(\lambda + 2\mu)(u_R/R) + \bar{u} \quad (8)$$

より得られた(6)、(7)、(8)の関係式を用いて(1)の応力と与えられる境界条件について検討し、 φ と境界条件との関係を表わして(1)式に代入すれば所要の圧密方程式が得られる。

三軸試験における放射流水による圧密の問題として考えられる次の三つのCaseについて取扱う。それぞれ水の境界条件、排水条件、圧密過程中的変形の変り方は図に示す通りである。

(a) 外向き放射流水による K_0 -圧密

境界 $r = R$ における変位 $u_R = 0$ であるから、(6)式より

$$\varphi = \bar{P}_z \quad (10)$$

従って圧密方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C \nabla^2 u + \frac{d\bar{P}_z}{dt} \quad (11)$$

また式(7)、(8)より次の関係も得る。

$$P_r = \bar{P}_z - 2\mu\varepsilon_r, \quad \varepsilon_r = \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} (\bar{P}_z - \bar{u}) \quad (12)$$

(b) 等方圧密

境界における荷重条件は $P_r = \bar{P}_z = P$ と(6)、(7)、(8)より次式を得る。

$$\varphi = \frac{3(\lambda + 2\mu)}{3\lambda + 2\mu} P - \frac{4\mu}{3\lambda + 2\mu} \bar{u} \quad (13)$$

従って圧密方程式は

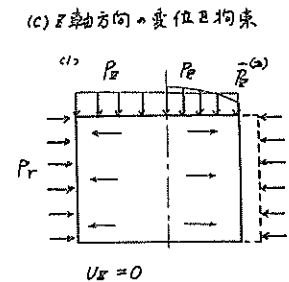
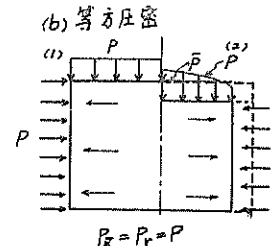
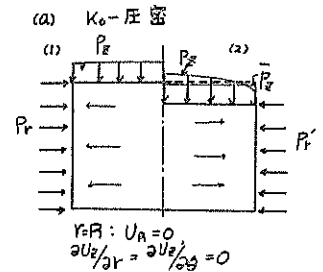
$$\frac{\partial u}{\partial t} = C \nabla^2 u + \frac{3(\lambda + 2\mu)}{3\lambda + 2\mu} \frac{dP}{dt} + \frac{3(\lambda + 2\mu)}{3\lambda + 2\mu} \frac{d\bar{u}}{dt} \quad (14)$$

また次なる関係も得る

$$\varepsilon_r = -\frac{u_R}{R} = \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} (P - \bar{u}), \quad \bar{e} = \frac{3}{3\lambda + 2\mu} (P - \bar{u}) \quad (15)$$

(c) 正方向の変位を拘束し半径方向の変位のみを許す圧密

境界条件として $u_R = 0$ 及び排水条件を考慮すると $\varepsilon_r = 0$ 。より、式(6)、(7)、(8)より次の関係が求まる。



各図の(1)は圧密初期、(2)は圧密期途中。

図-2

$$\varphi = \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} P_r - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \bar{u} \quad (16)$$

$$\frac{U_R}{R} = \frac{1}{2(\lambda + \mu)} P_r + \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \bar{u}, \quad \bar{P}_2 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} P_r + \frac{\mu}{\lambda + \mu} \bar{u} \quad (17)$$

(16)式を(17)式に代入すると圧密方程式が求まり

$$\frac{\partial U}{\partial t} = C \nabla^2 U + \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \frac{\partial P_r}{\partial t} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (18)$$

3. 計算方法

無次元化した筋を解るために次のような置換を行う。

$$T = (C_0/R^2)t, \quad \rho = r/R, \quad u = U/P \quad (19)$$

定荷重の場合では(11), (14), (18)の各式中の荷重の項は消える。さらに L_{max} の定数 n のかわりに、せん断定数とポアソン比を用いると、三つの方程式は定荷重の場合では次のようになる。

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \nabla_\rho^2 U - \alpha \frac{d\bar{U}}{dT} \quad (20)$$

- ここで α は (a) K_0 -圧密 $\alpha = 0$
 (b) 等方圧密 $\alpha = 2(1-2\nu)/(1+\nu)$ $0 \leq \alpha \leq 2$
 (c) U_R を拘束 $\alpha = 1-2\nu$ $0 \leq \alpha \leq 1$

従って(20)式はポアソン比 ν ($0 \leq \nu \leq 0.5$) のパラメータとして求まる。数値計算法としては差分法を用いた。差分間隔 $\Delta T = 1/40$, $\Delta T/\Delta \rho^2 = 1/5$ で計算。

4. 計算結果 計算結果を図に表わしたものが図-3 ~ 5である。図-3はいくつかの α に対する中心における筒ゲキ水圧の変化と時間係数に於て描いたもので、すでに C_{avg} によって求めた土の圧密の場合と同様、圧密進行中ある時点で筒ゲキ水圧が増加せられる。 α をパラメータとして圧密度 ~ 時間係数を描いたものが図-4、圧密度 ~ パラメータとして $\alpha \sim \log T$ 関係を表わしたものが図-5である。表の利用方法は、例えば(c)の試験と行い U_R などの関係を求める。同時に $\bar{u}$ を測定しておけば最終状態の $\bar{u}$, U_R より弾性定数 μ と計算できる。この λ, μ より(c)の場合の α と計算し図-5よりその α に対する圧密係数、例えば T_{50} があれば圧密度50%の曲線より求めることができる。この

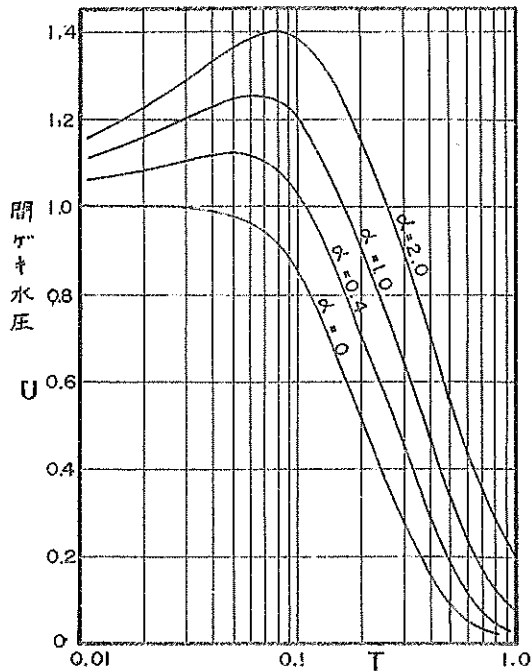


図-3 中心軸における筒ゲキ水圧の変化

T₀₀及び試験結果より得られた α を用いて圧密係数を決定する事ができる。

5. あとがき

限られた変形条件のもとであるが、三軸試験による圧密の解析に便利な形で、変形位置處に入れた解が得られた。土は弾性体であるとの仮定のもとに得られたものであるが、土は非弾性挙動と研究するためにもその前段階として役に立つものと思う。例えば(C)の試験を行なつて *Silveira* の解より求めた C_v は $\nu=0.25$ の場合にはこの計算値より求めたものの約60%の値となることになる。今後の試験結果の解析にこの表が利用されれば幸である。

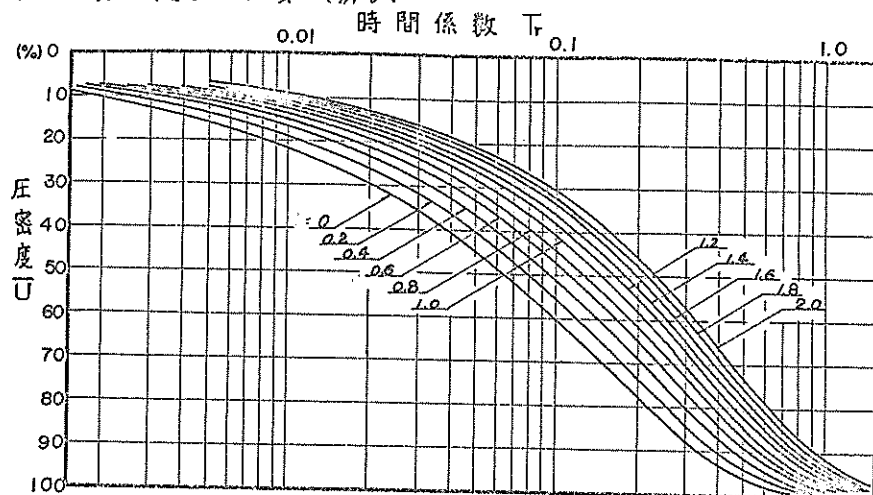


図-4 α をパラメータとした $\bar{U}-T_r$ 曲線

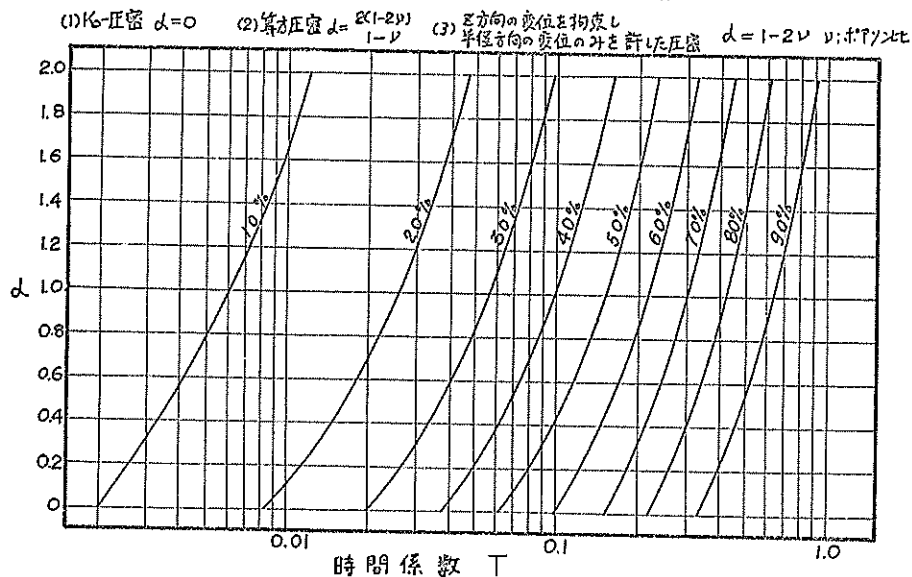


図-5 圧密度をパラメータとした $\alpha-T$ 曲線

(1) Terzaghi の圧密方程式が内蔵する変形条件: 吉岡 清 第26回土木学会年次講演会