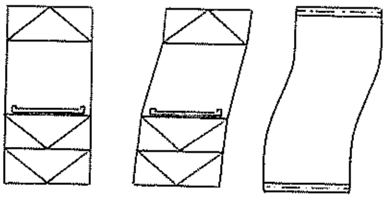
I—7　　　死荷重の影響を考慮した長径間トラス橋の自由振動について

日本道路公団　正員○河内　[illegible]
山口大学　　　正員　会田忠義

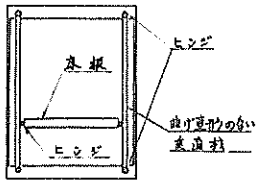
橋梁の振動解析を行なう際，比較的剛性の乏しい構造物においては、有限変形理論の適用が考えられる。本研究は、死荷重部材力を考慮したトラス橋の立体的自由振動解析法を示すと同時に、天草連絡道路一号橋に、本解析法を適用して、死荷重部材力を考慮することの是非を検討したものである。

振動解析にあたって，トラス橋の横断面を図－1（C）のようにモデル化して、横断面に次のように運動方程式をたてる。[1]



(a)　(b)　(c)

図－1



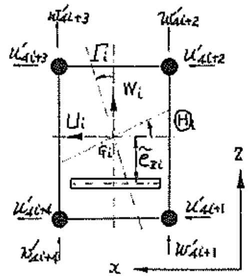
図－2

運動方程式

トラス橋の変位および変形は次のように分けられる。

横断面の重心の水平変位	U_i
〃　〃　鉛直変位	W_i
〃　水平せん断変形量	Γ_i
〃　鉛直せん断変形量	Θ_i
節点の橋軸平行方向の変位	V_{4i+m}

これらの変位が生じたとき，図－2を参照すると次のようになる。



図－3

$$U'_{4i+m}=U_i+\Gamma_i e_{z,4i+m} \qquad V'_{4i+m}=V_{4i+m} \qquad W'_{4i+m}=W_i-\Theta_i e_{x,4i+m} \quad \text{-----} \quad (1)$$

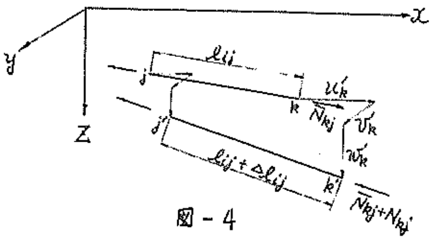
ここで　$e_{z,4i+m}=Z_{4i+m}-Z_{Gi}$　　$e_{x,4i+m}=X_{4i+m}-X_{Gi}$

今横断面 i，$i+1$ の任意の節点を結ぶ部材 kj の軸力が，変形によって $\bar{N}_{kj}$ から $\bar{N}_{kj}+N_{kj}$ と増加したとすると、増加した軸力 N_{kj} は次のようになる。（$k=4i+m$，$j=4(i+1)+n$）

$$N_{kj}=K_{kj}\{\lambda_{kj}(U_i-U_{i+1})+\nu_{kj}(W_i-W_{i+1})+\lambda_{kj}(\Gamma_i e_{z,k}-\Gamma_{i+1}e_{z,j})-\nu_{kj}(\Theta_i e_{x,k}-\Theta_{i+1}e_{x,j})+\mu_{kj}(V_k-V_j)\} \quad \text{----} \quad (2)$$

ここで $K_{kj}=\dfrac{EA_{kj}}{l_{kj}}$ $\lambda_{kj}=\dfrac{x_k-x_j}{l_{kj}}$

$\mu_{kj}=\dfrac{y_k-y_j}{l_{kj}}$ $\nu_{kj}=\dfrac{w_k-w_j}{l_{kj}}$



図－4

今、変形による方向余弦の増分を $\Delta\lambda_{kj}$, $\Delta\mu_{kj}$, $\Delta\nu_{kj}$ とすると、k端において、つり合い条件に必要なx, y, z方向の材端力の成分，X_{kj}, Y_{kj}, Z_{kj} は次のようになる。

$$X_{kj}=\lambda_{kj}N_{kj}+\Delta\lambda_{kj}(\bar{N}_{kj}+N_{kj}) \qquad Y_{kj}=\mu_{kj}N_{kj}+\Delta\mu_{kj}(\bar{N}_{kj}+N_{kj})$$

$$Z_{kj}=\nu_{kj}N_{kj}+\Delta\nu_{kj}(\bar{N}_{kj}+N_{kj}) \quad ----- \tag{3}$$

ここで $F_{kj}=\dfrac{\bar{N}_{kj}+N_{kj}}{l_{kj}}$ と置いて整理すると

$$X_{kj}=\{K_{kj}\lambda_{kj}^2+F_{kj}(1-\lambda_{kj})\}(U_i-U_{i+1})+(K_{kj}\lambda_{kj}\nu_{kj}-F_{kj}\lambda_{kj}\nu_{kj})(W_i-W_{i+1})+\{K_{kj}\lambda_{kj}^2+F_{kj}(1-\lambda_{kj}^2)\}$$
$$\times(\Gamma_i e_{z,k}-\Gamma_{i+1}e_{z,j})-(K_{kj}\lambda_{kj}\nu_{kj}-F_{kj}\lambda_{kj}\nu_{kj})(\Theta_i e_{x,k}-\Theta_{i+1}e_{x,j})+(F_{kj}\lambda_{kj}\mu_{kj}-K_{kj}\lambda_{kj}\mu_{kj})(V_k-V_j) \tag{4}$$

$$Y_{kj}=(K_{kj}\lambda_{kj}\mu_{kj}-F_{kj}\lambda_{kj}\mu_{kj})(U_i-U_{i+1})+(K_{kj}\mu_{kj}\nu_{kj}-F_{kj}\mu_{kj}\nu_{kj})(W_i-W_{i+1})+(K_{kj}\lambda_{kj}\mu_{kj}-F_{kj}\lambda_{kj}\mu_{kj})$$
$$\times(\Gamma_i e_{z,k}-\Gamma_{i+1}e_{z,j})-(K_{kj}\mu_{kj}\nu_{kj}-F_{kj}\mu_{kj}\nu_{kj})(\Theta_i e_{x,k}-\Theta_{i+1}e_{x,j})+\{K_{kj}\mu_{kj}^2+F_{kj}(1-\mu_{kj}^2)\}(V_k-V_j) \tag{5}$$

$$Z_{kj}=(K_{kj}\lambda_{kj}\nu_{kj}-F_{kj}\lambda_{kj}\nu_{kj})(U_i-U_{i+1})+\{K_{kj}\nu_{kj}^2+F_{kj}(1-\nu_{kj}^2)\}(W_i-W_{i+1})+(K_{kj}\lambda_{kj}\nu_{kj}-F_{kj}\lambda_{kj}\nu_{kj})$$
$$\times(\Gamma_i e_{z,k}-\Gamma_{i+1}e_{z,j})-\{K_{kj}\nu_{kj}^2+F_{kj}(1-\nu_{kj}^2)\}(\Theta_i e_{x,k}-\Theta_{i+1}e_{x,j})+(K_{kj}\mu_{kj}\nu_{kj}-F_{kj}\mu_{kj}\nu_{kj})(V_k-V_j). \tag{6}$$

これらの式中の F_{kj} は有限変形理論の非線型因子である。F_{kj} を無視すると微小変形理論となる。これを $F_{kj}=\bar{N}_{kj}/l_{kj}$ （$\bar{N}_{kj}$ は死荷重部材力）と置けば線型化することができる。

i番目の横断面に既述の変位が生ずるとき、運動方程式は次のようになる。（$l=4(i-1)+n$）

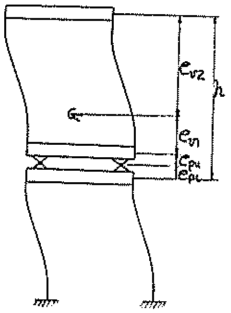
横断面の水平方向の運動方程式

$$m_i\frac{d^2U_i}{dt^2}=-\sum_{m=1}^{4}\sum_{n=1}^{4}(X_{kj}+X_{kl})-R_i-X_p \tag{7}$$

横断面の鉛直方向の運動方程式

$$m_i\frac{d^2W_i}{dt^2}=-\sum_{m=1}^{4}\sum_{n=1}^{4}(Z_{kj}+Z_{kl}) \tag{8}$$

横断面の水平せん断変形の運動方程式



図－5

$$\mathcal{L}_i^h \frac{d^2 R_i}{dt^2} = -\sum_{m=1}^{4}\sum_{n=1}^{4}(X_{kj}+X_{kl}) - \tilde{M}_{Ti} + (e_{v1}+e_{pu})X_p - C_1 \qquad (9)$$

横断面の鉛直せん断変形の運動方程式

$$\mathcal{L}_i^v \frac{d^2 \Theta_i}{dt^2} = -\sum_{m=1}^{4}\sum_{n=1}^{4}(Z_{kj}+Z_{kl}) - \bar{M}_{Ti} - C_2 \qquad (10)$$

節点kの橋軸方向の運動方程式

$$m_k \frac{d^2 V_k}{dt^2} = -\sum_{n=1}^{4}(Y_{kj}+Y_{kl}) \qquad (11)$$

ここで　R_i, $\bar{M}_{Ti}$ および$\tilde{M}_{Ti}$ は床板の剛性を考慮することによって付加される復元力および復元モーメントである。X_pは橋脚の剛性に関する量で、橋脚上以外の横断面ではこれを零とおく。C_1およびC_2は垂直材の曲げ剛性に関する量である。

今、横断面の変位，変形および節点の変位を次に示す周期関数とすると、運動方程式は式（12）となる。

$$U_i = u_i e^{i\omega t},\quad W_i = w_i e^{i\omega t},\quad R_i = r_i e^{i\omega t},\quad \Theta_i = \theta_i e^{i\omega t},\quad V_k = v_k e^{i\omega t}$$

$$_1D_i X_{i-2} + (A_i^0 + \bar{A}_i + {_2D_i})X_{i-1} + (B_i^0 + \bar{B}_i + {_3D_i} - \omega^2 W_i)X_i + (C_i^0 + \bar{C}_i + {_4D_i})X_{i-1} + {_5D_i}X_{i-2} = 0 \qquad (12)$$

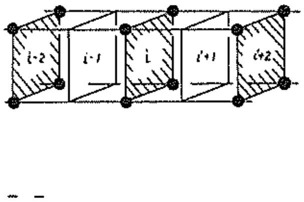
式中、$_1D_i$, $_2D_i$, $_3D_i$, $_4D_i$ および $_5D_i$ は床板の剛性に関する 8×8 の行列，$A_i^0+\bar{A}_i$, $B_i^0+\bar{B}_i$ および$C_i^v+\bar{C}_i$はトラス部材の剛性に関する8×8の行列である。そのうち、$\bar{A}_i$, $\bar{B}_i$ および$\bar{C}_i$は死荷重部材力に関する行列で、これを無視すると微小振動による運動方程式となる。また、X_i はi番目の横断面の変位ベクトルで式(13)で表わされ，W_i はi番目の横断面の質量分布を表わす対角行列で式(14)で表わされる。

$$X_i = \begin{pmatrix} u_i \\ w_i \\ r_i \\ \theta_i \\ v_{vi+1} \\ v_{vi+2} \\ v_{vi+3} \\ v_{vi+4} \end{pmatrix} \quad (13) \qquad W_i = \begin{pmatrix} m_i & & & & & & & \\ & m_i & & & & & 0 & \\ & & \mathcal{L}_i^h & & & & & \\ & & & \mathcal{L}_i^v & & & & \\ & & & & m_{vi+1} & & & \\ & & & & & m_{vi+2} & & \\ & 0 & & & & & m_{vi+3} & \\ & & & & & & & m_{vi+4} \end{pmatrix} \quad (14)$$

（近似解析法）

2パネルごとの横断面に質量を集中させ、近似解析する場合の運動方程式は次式となる．ただし，床板は運動方程式をたてるべき注目の横断面で支持されているものとする．

図-6



$$_1D_i X_{i-4} - (A_i B_{i-1}^{-1} A_{i-1} - {_2D_i})X_{i-2} + (B_i - A_i B_{i-1}^{-1} C_{i-1} - C_i B_{i+1}^{-1} A_{i+1}$$

$$+ {_3D_i} - \omega^2 W_i)X_i - (C_i B_{i+1}^{-1} C_{i+1} - {_4D_i})X_{i+2} + {_5D_i} X_{i+4} = 0 \quad - - - - \qquad (15)$$

ここで　$\mathbb{A}_i = \mathbb{A}_i' + \overline{\mathbb{A}}_i$,　$\mathbb{B}_i = \mathbb{B}_i' + \overline{\mathbb{B}}_i$,　$\mathbb{C}_i = \mathbb{C}_i' + \overline{\mathbb{C}}_i$

天草連絡道路一号橋の自由振動

パラメータF_{Aj}に用いる死荷重部材力は、本橋がカンチレバー・エレクションを採用しているため、中央径間の中央点より左側あるいは右側をそれぞれ張り出しばりとした場合の部材力である。

橋脚を基礎地盤上に固定された門型ラーメンとして橋脚の影響を考慮し、式(16)の運動方程式を適用して解析した。

表－1　固有周期の比較

次数	対称振動			逆対称振動			非対称振動	
	実測値	理論値1	理論値2	実測値	理論値1	理論値2	理論値1	理論値2
1		3.14	3.14					
2				1.15	1.22	1.22		
3							0.992	0.992
4	0.847	0.791	0.825					
5					0.727	0.755		
6	0.612	0.660	0.671					
7							0.520	0.552
8				0.448	0.446	0.455		
9	0.367	0.368	0.373					

理論値1：死荷重部材力を考慮した場合
理論値2：　〃　　　無視した場合

解析結果中、水平変位が卓越する振動型を取り出して、固有周期を実測値と比較すると表のようになる。表－1より明らかなように、低次振動においては死荷重部材力の影響はほとんどみられなく、高次振動において、やや影響を受ける程度である。故に、トラス橋では、このような長径間橋でも死荷重部材力は無視して振動解析してさしつかえないと思われる。

参考文献

1) 村上・会田：横断面の変形を考慮したトラス橋の自由振動の立体的解析，九州大学工学集報 第44巻4号
2) 会田：床組の剛性を考慮したトラス橋の自由振動解析について　土木学会中国四国支部　昭和46年度学術講演会
3) 後藤茂夫：有限変形法による吊橋の解法　土木学会論文集　第156号
4)　〃　：有限変形法に関する二、三の考察　土木学会論文集　第163号