

愛媛大学工学部 正員 大久保 禎二
鴻 池 組 ○松浦 良和

1. まえがき

弾性理論にもとづく骨組構造物の最適設計法として、これまでSLP法、SUMT法、勾配法等の適用が試みられ、トラス構造物やラーメン構造物の計算例が発表されている。また連続桁の最適設計に関しては、これまでにDynamic programmingを用いた研究^{1), 2)}が発表されているが、本研究はSLP法(反復線形計画法)および断面のSuboptimizationの手法を用いて、移動荷重を受ける連続桁の最適設計を行った結果について報告するものである。

2. 最適設計法の概要

本研究に用いた最適設計法の理論については、文献③に詳述してあるが、その概要を簡単にまとめる。

いま、連続桁の最適設計問題を、その状態変数 $Y = G(X)$ 、および設計変数 (X) が、式①のような設計上の制約条件を満足し、かつ目的関数 $\bar{O} = F(X)$ を最小にする X を決定することとする。

$$X_{ki} \leq X_i \leq X_{ki}, \quad Y_{kj} \leq Y_j \leq Y_{kj} \quad (1)$$

一般に、上記の Y 、 Y_k 、 Y_{kj} および $\bar{O}$ は X の非線形な関数であるので、これらを設計変数 (X) に関してテラー展開し、二次の微係数以下は微小であるので無視すると、 $Y^{(1)}$ および $\bar{O}^{(1)}$ は近似的に

$$Y^{(1)} \cong Y^{(0)} + S^{(1)} \Delta X^{(1)}, \quad \bar{O}^{(1)} \cong \bar{O}^{(0)} + C^{(1)} \Delta X^{(1)} \quad (2)$$

と近似させることができる。ここに、 S および C は、 $S_{ij} = \frac{\partial Y_{kj}}{\partial X_j}$ および $C_j = \frac{\partial \bar{O}}{\partial X_j}$ を要素とするマトリックスであり、 X の微小変化に対する Y および $\bar{O}$ の変化量を示す影響係数マトリックスである。

一方、設計条件式が設計変数 (X) の関数である場合は、同様にして

$$Y_k^{(1)} \cong Y_k^{(0)} + D_k^{(1)} \Delta X^{(1)}, \quad Y_j^{(1)} \cong Y_j^{(0)} + D_j^{(1)} \Delta X^{(1)} \quad (3)$$

と表わすことができる。ここに、 D_k (または D_j)は $\frac{\partial Y_{kj}}{\partial X_j}$ (または $\frac{\partial Y_{kj}}{\partial X_j}$)よりなるマトリックスである。式②、③を式①に代入すると

$$\left. \begin{aligned} X_{ki} - X^{(0)} &\geq \Delta X^{(1)}, & X_{kj} - X^{(0)} &\leq \Delta X^{(1)} \\ \{S^{(1)} - D_k^{(1)}\} \Delta X &\geq Y_k^{(0)} - Y^{(0)}, & \{S^{(1)} - D_j^{(1)}\} \Delta X &\leq Y_j^{(0)} - Y^{(0)} \end{aligned} \right\} (4)$$

を得、 X に関する非線形な最適設計問題を、式④の条件式群を満足し、かつ式②の $C^{(1)} \Delta X^{(1)}$ を最小とする $\Delta X^{(1)}$ の線形な最適問題に近似させることができる。この線形な最適問題をSimplex法により解き、最適の $\Delta X^{(1)}$ を求め、新しい設計変数 $X^{(2)}$ を $X^{(2)} = X^{(0)} + \Delta X^{(1)}$ として上記の計算をくり返し、最適解を求めるのである。

ところで、連続桁の最適設計において考えられる設計変数 (X) としては、桁の断面寸法、桁の断面変化の位置および支点の位置、桁の本数等が考えられる。また、制約条件式 (Y) として、許容応力度に関するもの、断面寸法に関するものおよび桁のクワミに関するものがあり、これらを同時に考慮した場合には、 X および Y の数はきわめて多くなり、最適解を求める上で好ましくない。そこで、本研究

においても文献③において提案している *Suboptimization* の考え方を導入し、まず曲げモーメントを受ける桁断面について最適設計を行ない、設計変数および制約条件の集約と変換を行なった。なお、連続桁の目的関数としては、桁の使用材料の容積を考え、最小の容積を与える設計が最適設計であると仮定した。

3. 桁断面の *Suboptimization*

連続桁の各断面に作用する曲げモーメントおよびせん断力は、各断面の断面二次モーメントおよび断面変化の位置によって変化する。したがって、連続桁の最適設計を行なう場合には、桁断面に関する設計変数として、断面寸法よりも断面二次モーメントと考え方がきわめて能率的である。そこで、まず桁断面に着目してつぎのように *Suboptimization* を行ない、断面二次モーメントに関する種々の関係式を導入した。

すなわち、例として図-1に示すような長方形断面を有する連続桁を考えると、桁断面の設計変数は H および B であり、また桁断面に関する制約条件としては、許容応力度に関するものおよび板厚に関するものがある。ところで、連続桁の断面寸法はほとんど曲げモーメントにより決定されるので、桁に作用するせん断力を無視し、曲げモーメントのみを受ける長方形断面について、許容応力度として引張、圧縮ともに 1300 kg/cm^2 、最小板厚を 8 mm とし、各曲げモーメントに対し最小の断面積を与える断面寸法を求め、これより断面二次モーメント (I) と最大抵抗モーメント (M_{max}) との関係式、断面二次モーメント (I) と最小断面積 (A) および断面寸法 (B, H) の関係式を求めるとつぎの4式が得られる。

$$M_{max} = 2600/15^{1/3} \cdot I^{2/3} \quad (5)$$

$$A = 0.8 \cdot (15I)^{1/3} \quad (6)$$

$$B = 0.8 \quad (7)$$

$$H = (15I)^{1/3} \quad (8)$$

式⑤は、 I なる断面二次モーメントを有する断面が、断面に関するすべての制約条件式を満足しつつ抵抗し得る最大の曲げモーメントを示し(図-2参照)、また、式④、⑦、⑧は、桁断面に関する制約条件式をすべて満足し、かつ最小の断面積を与える断面の諸値と I との関係を表わしている。

したがって、これらの関係式を用いることにより、桁断面に関する設計変数を、数多くの断面寸法から断面二次モーメント (I) 一つに変換することができ、さらに桁断面に関する応力ならびに断面寸法に関する制約条件式も式⑤を用いて $M_{max} \geq M$ 一つに集約することができらるわけであり、

4. 連続桁の最適設計

3. のべた桁断面の *Suboptimization* の結果を用い、各断面の断面二次モーメントを設計変数として、応力および板厚等、断面に関する制約条件のもとで移動荷重を受ける連続桁の最適設計を行なった。この場合、制約条件式はつぎのようになる。

$$M_i \leq M_{max,i} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

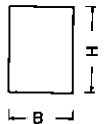


FIG. 1

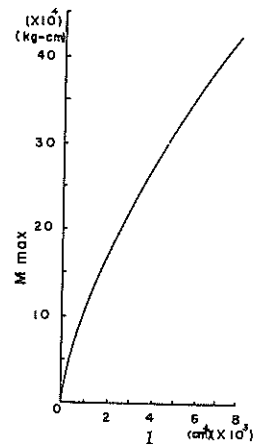


FIG. 2

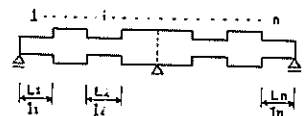


FIG. 3

ここに、 $M_{i,i}$: i 断面に作用する最大曲げモーメント

$M_{max,i}$: 式⑤より得られる i 断面の最大抵抗曲げモーメント

n : 断面変化の数 (図-3参照)

また、目的関数 ($\bar{D}$) としては、使用材料の全容積を考えているので次式を得る、

$$\bar{D} = \sum_{i=1}^n L_i \cdot A_i \quad (10)$$

ここに、 L_i : i 断面の長さ (図-3参照)

式④および式⑩を、 ΔI_i を設計変数とする線形関数に近似させ、式④および式⑩に従ってそれぞれ整理すると連続橋の最適問題は、

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial M_{i,i}}{\partial I_j} \Delta I_j - \frac{\partial M_{max,i}}{\partial I_j} \Delta I_j \right) \leq M_{max,i} - M_{i,i} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

の制約条件のもとに

$$\sum_{j=1}^n L_i \cdot \frac{\partial A}{\partial I_j} \Delta I_j$$

を最小とする ΔI_i を求め、 $I'_i = I_i + \Delta I_i$ として計算をくり返し最適の I'_i を求めることとなる。本研究においては、連続橋の解法として変位法を用い、また $\frac{\partial M_{i,i}}{\partial I_j}$ は差分法により $\frac{\Delta M_{i,i}}{\Delta I_j}$ として近似的に求めた。本研究に用いた連続橋の最適設計の計算流れ図をホすと図-4のごとくになる。

5. 計算例

図-5に示す2径間連続橋が3 tonの移動集中荷重を受ける場合、各支間の断面二次モーメントを一定として最適な断面二次モーメントを求めた結果を図-5に示す。 I_1 および I_2 の初期値を種々変化させてもいずれも4~5回のくり返し計算後、同一の最適解 $I_1 = 5311 \text{ cm}^4$ 、 $I_2 = 1683 \text{ cm}^4$ に達し、本法により全域的な最適解が得られたことがわかり、また、橋の最小容積として 23078 cm^3 を得、橋1, 2ともに $M_{max,i} = M_{i,i}$ であった。

つぎに、図-5の連続橋の各支間における断面二次モーメントを、図-6に示すごとく2ヶ所で変化させるものとして、最適な

I_i ($i=1, \dots, 4$) を求めた結果を図-6に示す。この例では設計変数、制約条件式の数とともに図-5に示す例の2倍となり、最適解を得るのに16~17回のくり返し計算を必要とした。最適解として $I_1 = 5360 \text{ cm}^4$ 、 $I_2 = 3340 \text{ cm}^4$ 、 $I_3 = 1670 \text{ cm}^4$ 、 $I_4 = 1775 \text{ cm}^4$ 橋の最小全容積 = 22446 cm^3 を得、支間の中間で断面変化を行わずに計算した結果(図-5)と比較して橋の全容積で2.7%減少しており、目的関数として橋の容積を考慮した場合には、断面変化を多くす

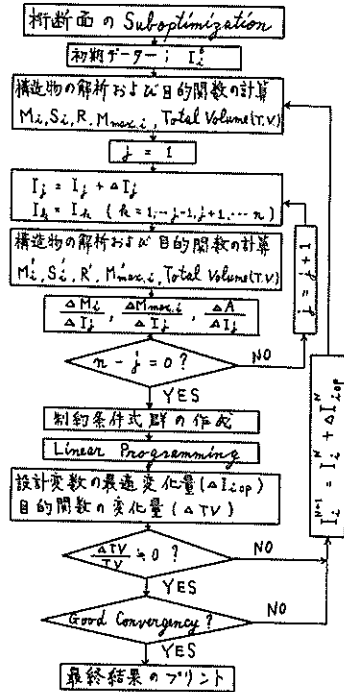


FIG. 4

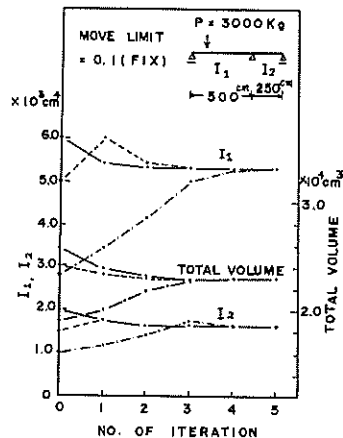


FIG. 5

ればするほど桁の容積は減少することが容易に推定できる。またこの例で興味あることは、最適解において桁断面1, 2, 4がともに $M_{max,i} = M_i$ となっているのに対し、桁断面3のみは $M_3/M_{max,3} = 0.78$ と応力的には余裕のある断面となっており、設計条件によっては必ずしも Fully Stressed Design が最適解を与えないことを示していることである。

つぎに図-7に示す三径間連続桁が同じく3tonの集中移動荷重を受ける場合、最適の I_1, I_2, I_3 を求めた結果を図-7に示す。この場合は当然のことながら $I_1 = I_2$ となっており、また、桁1, 2, 3ともに $M_{max,i} = M_i$ であった。

6. あとがき

本研究において、SLP法および Suboptimization の手法を用いて連続桁の最適設計を行なう方法および移動集中荷重を受ける連続桁の計算例を示したが、この方法により連続桁の最適設計が比較的容易に行なえることが明らかとなった。また本研究では長方形断面の連続桁について計算例を示したが、同様な方法により種々の断面形を有する連続桁の最適設計が可能である。また今回は、設計変数として各断面の断面二次モーメントのみを考慮したが、さらに桁の断面変化の位置および支点位置をも設計変数として加え最適設計を行う方が望ましい。また本研究においては目的関数として桁の全容積を考え、今後桁の製作費等を目的関数と考える場合についても検討してゆく予定である。

参考文献

- 1) R. Ragoni, G. G. Goble: "Optimum Design of Constant Depth plate Girders" *proc. of ASCE*, ST2, April, 1966
- 2) G. G. Goble, P. V. Desantis: "Optimum Design of Mixed Steel Composite Girders" *proc. of ASCE*, ST6, Dec. 1966
- 3) 大久保 裕二 "トラス構造物の最適設計法に関する研究" 土木学会論文報告集 第177号 1970年5月

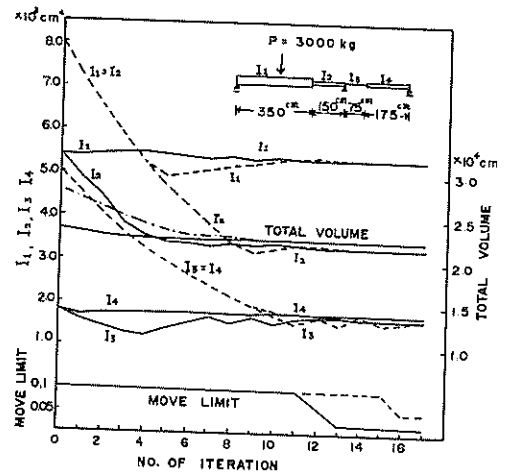


FIG. 6

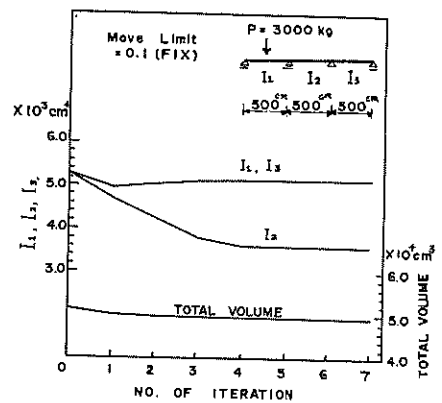


FIG. 7