

德昌大学工学部	正員	工博	星 治雄
“	“	工修	児嶋弘行
“	“	“	○平尾 潔
芙蓉海洋開発KK	“	“	井上 滋

本文は軸力の 2 次的影響と有限変位理論と塑性解析にかける内力追跡法に導入して、安定解析と非線形な塑性解析と同時に進めつつ、平面構造造物が漸増荷重という場合の荷重過程と追跡しながら、最終的な限界荷重を求める方法について研究したものである。

22

かどうかの判定を行ない、 $k_{imin} > 1$ (限界荷重 P_L のもとでは新たな塑性関節は発生しない。) のときには解析を終了し、 $k_{imin} < 1$ (限界荷重 P_L より小さい荷重で新たな塑性関節が発生する。) のときには $P' = k_{imin} \cdot P_L$ なる荷重で 2), 3) の手順を繰返す。

3) 2) の手順で求めた曲げモーメント(軸力)の定常解と全塑性モーメント(全塑性軸力)とから、両者の値と荷重強度の間に線形関係があると仮定し、各部材端で荷重倍数 k_i を求め、これらのうちの最小値、すなわち、最小荷重倍数 k_{imin} を求める。

4) 非線形解法であるから荷重倍数と 1 に収斂させる必要があるため、3) で求めた最小荷重倍数 k_{imin} が 1 に収斂したかどうかを判定し、収斂していない場合には k_{imin} となっている材端に塑性関節(塑性軸力)が発生したものとみなし構造形式をそのように変更する。また、収斂していない場合には荷重強度 P' を $P' \cdot k_{imin}$ に変化させ、2), 3) の手順を繰返す。

以上のように不安定現象がみこられない場合には 1) ~ 4) の手順を繰返すことにより、つぎつぎと新たな材端(部材)に塑性関節(塑性軸力)が発生し、最後には構造物は機構を形成して崩壊することになるから、その時点で解析を終了すればよい。

なお、上述のように本解析は非線形解析であるため、任意の荷重強度に対する定常解を求めるために、荷重倍数と 1 に収斂させるための 2 重の繰返し計算が必要であるから、単純な繰返し計算を行っていたのでは解析に非常に多くの時間がかかるため、この方面に改良を加える必要があるが、この点については目下検討中である。

3. 変形法の基本式

内力追跡による塑性解析は漸次変化してゆく構造形式に対する弾性計算の繰返しによりなされるから、この弾性計算の部分に用いる計算方法としては、構造形式のいかにかわるう同様の手順で解析できる変形法が有利であり、本文ではこれを採用したので、以下に本文の安定解析および塑性解析に必要な軸力の 2 次の影響を考慮した場合の基本式を各種の拘束条件に応じて紹介する。

1) 両端剛節部材

$$\begin{aligned} R_{ij} &= a_{ij}(u_i - u_j) + b_{ij}(v_i - v_j) + C_{ij}(\theta_i + \theta_j) \\ P_{ij} &= b_{ij}(u_i - u_j) + \bar{a}_{ij}(v_i - v_j) + \bar{C}_{ij}(\theta_i + \theta_j) \\ M_{ij} &= C_{ij}(u_i - u_j) + \bar{C}_{ij}(v_i - v_j) + d_{ij}\theta_i + \bar{d}_{ij}\theta_j \end{aligned}$$

2) i 端滑節, j 端剛節部材

$$\begin{aligned} R_{ij} &= a'_{ij}(u_i - u_j) + b'_{ij}(v_i - v_j) + C'_{ij}\theta_j \\ P_{ij} &= b'_{ij}(u_i - u_j) + \bar{a}'_{ij}(v_i - v_j) + \bar{C}'_{ij}\theta_j \\ M_{ij} &= 0 \end{aligned}$$

3) i 端剛節, j 端滑節部材

$$\begin{aligned} R_{ij} &= a'_{ij}(u_i - u_j) + b'_{ij}(v_i - v_j) + C'_{ij}\theta_i \\ P_{ij} &= b'_{ij}(u_i - u_j) + \bar{a}'_{ij}(v_i - v_j) + \bar{C}'_{ij}\theta_i \\ M_{ij} &= C'_{ij}(u_i - u_j) + \bar{C}'_{ij}(v_i - v_j) + d'_{ij}\theta_i \end{aligned}$$

4) i 端塑性関節, j 端剛節部材

$$R_{ij} = a'_{ij}(u_i - u_j) + b'_{ij}(v_i - v_j) + C'_{ij}\theta_j - 3MP_L\left(\frac{v_j}{L}\right)\sin\alpha/2L$$

また E, L

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \frac{EF}{L} \cos^2\alpha + \frac{12EI}{L^3} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \sin^2\alpha \\ \bar{a}_{ij} &= \frac{EF}{L} \sin^2\alpha + \frac{12EI}{L^3} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \cos^2\alpha \\ b_{ij} &= \left\{ \frac{EF}{L} - \frac{12EI}{L^3} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \right\} \sin\alpha \cos\alpha \\ C_{ij} &= -\frac{6EI}{L^2} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \sin\alpha \\ \bar{C}_{ij} &= \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \cos\alpha \\ d_{ij} &= \frac{4EI}{L} \left(\frac{v_j}{v_i}\right), \quad \bar{d}_{ij} = \frac{2EI}{L} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \\ a'_{ij} &= \frac{EF}{L} \cos^2\alpha + \frac{3EI}{L^3} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \sin^2\alpha \\ \bar{a}'_{ij} &= \frac{EF}{L} \sin^2\alpha + \frac{3EI}{L^3} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \cos^2\alpha \\ b'_{ij} &= \left\{ \frac{EF}{L} - \frac{3EI}{L^3} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \right\} \sin\alpha \cos\alpha \\ C'_{ij} &= -\frac{3EI}{L^2} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \sin\alpha \\ \bar{C}'_{ij} &= \frac{3EI}{L^2} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \cos\alpha, \quad d'_{ij} = \frac{3EI}{L} \left(\frac{v_j}{v_i}\right) \end{aligned}$$

$$P_{ij} = b'_{ij}(u_i - u_j) + \bar{a}'_{ij}(v_i - v_j) + \bar{c}'_{ij} \cdot \theta_i + 3M_{pi}(\frac{q_i}{q_0}) \cdot \cos \alpha / 2l, \quad M_{ij} = M_{pi}$$

5) i 端剛節, j 端塑性屈節部材

$$P_{ij} = a'_{ij}(u_i - u_j) + b'_{ij}(v_i - v_j) + c'_{ij} \cdot \theta_i - 3M_{pi}(\frac{q_i}{q_0}) \cdot \sin \alpha / 2l \quad \sin \alpha = (y_j - y_i) / l$$

$$P_{ji} = b'_{ij}(u_i - u_j) + \bar{a}'_{ij}(v_i - v_j) + \bar{c}'_{ij} \cdot \theta_i + 3M_{pi}(\frac{q_i}{q_0}) \cdot \cos \alpha / 2l \quad \cos \alpha = (x_j - x_i) / l$$

$$M_{ij} = c'_{ij}(u_i - u_j) + \bar{c}'_{ij}(v_i - v_j) + d'_{ij} \cdot \theta_i + M_{pi}(\frac{q_i}{q_0}) / 2 \quad (M_{ji} = M_{pi})$$

6) 両端塑性屈節部材

$$P_{ij} = EF \{ (u_i - u_j) \cos \alpha + (v_i - v_j) \sin \alpha \} \cos \alpha / l - (M_{pi} + M_{pj}) \sin \alpha / l, \quad M_{ij} = M_{pi}$$

$$P_{ji} = EF \{ (u_i - u_j) \cos \alpha + (v_i - v_j) \sin \alpha \} \sin \alpha / l + (M_{pi} + M_{pj}) \cos \alpha / l \quad M_{ji} = M_{pj}$$

7) 全塑性軸力部材

$$P_{ij} = N_0 \cos \alpha - (M_{oi} + M_{oj}) \sin \alpha / l, \quad P_{ji} = N_0 \sin \alpha + (M_{oi} + M_{oj}) \cos \alpha / l, \quad M_{ij} = M_{oi}, \quad M_{ji} = M_{oj}$$

$$\text{ここで } q_1 = \frac{\lambda l \sin \lambda l}{2(1 - \cos \lambda l)}, \quad q_2 = \frac{\lambda l^2}{6} \left\{ \frac{1 - \cos \lambda l}{2(1 - \cos \lambda l) - \lambda l \sin \lambda l} \right\}, \quad q_3 = (3q_2 + q_1) / 4, \quad q_4 = (3q_2 - q_1) / 2$$

$$q_5 = q_1 \cdot q_2, \quad q_6 = 4q_5 - 3q_2^2 / q_3, \quad q_7 = q_5 / q_3, \quad q_8 = q_2 / q_3, \quad q_9 = q_4 / q_3$$

$$\bar{q}_1 = \frac{\lambda l \sinh \lambda l}{2(\cosh \lambda l - 1)}, \quad \bar{q}_2 = \frac{\lambda l^2}{6} \left\{ \frac{1 - \cosh \lambda l}{2(\cosh \lambda l - 1) - \lambda l \sinh \lambda l} \right\}, \quad \bar{q}_3 = (3\bar{q}_2 + \bar{q}_1) / 4, \quad \bar{q}_4 = (3\bar{q}_2 - \bar{q}_1) / 2$$

$$\bar{q}_5 = \bar{q}_1 \cdot \bar{q}_2, \quad \bar{q}_6 = 4\bar{q}_5 - 3\bar{q}_2^2 / \bar{q}_3, \quad \bar{q}_7 = \bar{q}_5 / \bar{q}_3, \quad \bar{q}_8 = \bar{q}_2 / \bar{q}_3, \quad \bar{q}_9 = \bar{q}_4 / \bar{q}_3, \quad \lambda = (N / EI)^{1/2}$$

なお、上式中、 M_{pi} , M_{pj} は i 端, j 端に作用している全塑性モーメント(右回り+)。 M_{oi} , M_{oj} は全塑性軸力発生時の i 端, j 端の軸力モーメントをあらわしている。また、 N_0 は全塑性軸力のことである。

4. 計算機の行なう変算の流れ

本文の解析プログラムにおける演算の流れは図-1のフローチャートのようであるが、図中の図は内力追跡法におけるある段階の解析が終了し、次の段階へ入るところであり、図は荷重倍数 λ に収斂させるための繰返し計算が始まるころである。また、図は荷重による非線形解析の定常解をうるための繰返し計算が始まるころである。つぎに、①の判定部分は stiffness matrix の determinant の正負により構造物全体の安定、不安定を、②の判定部分は不安定現象が生じた場合に、必要の精度の限界荷重が求まったかどうかを判定する部分であり、③の判定部分

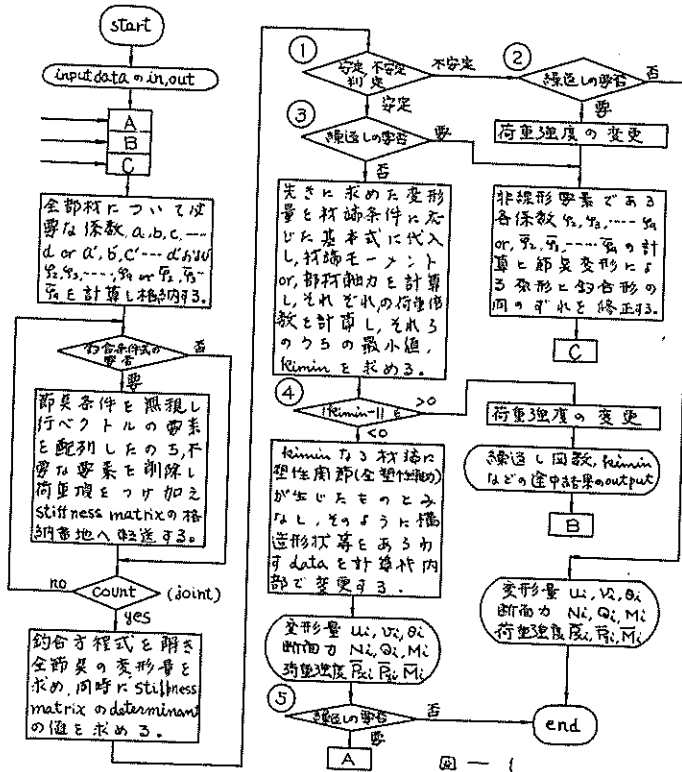


図-1

は非線形解析における変位が求まったかどうかを判定する部分である。また、④の判定部分は荷重係数が1に収束したかどうかを、⑤の判定部分は塑性関節(全塑性軸力)の発生数と不静定次数と比較し、機構が形成され不安定な構造になったかどうかを判定する部分である。

5. 計算例

図-2のような、下弦の全節点に集中荷重Pをうけるローゼ桁について本研究による場合と線形塑性解析による場合の解析例を紹介すると、この場合の崩壊過程は、それぞれ、図-3の(a),(b)のようであり、この図の各段階における荷重強度を表-1のようである。図-3より崩壊過程の次の段階目までは両解析の場合とも同様の過程をとどろが、本研究の場合には次の段階目で吊材9、10が降伏した時点で構造全体の不安定現象が発生し崩壊することになり、線形塑性解析では次の段階で下弦節点9、11に塑性関節が発生し、機構と形成して崩壊する。また、次の段階目までの各段階における荷重強度は本研究の場合の方が3%強、線形塑性解析の場合より大きくなっているが、最終的な限界荷重では $144781/148741=0.973$ 、より約3%の小さくなっており、これらの結果より構造物の崩壊過程とが限界荷重の決定には本文のような方法で解析を進めてゆく必要がある。なお、

表-1

	次の段階	次の段階	次の段階	次の段階	次の段階	次の段階
a. 線形塑性解析	139,274	139,187	140,193	140,621	148,115	148,741
b. 本研究	143,914	144,613	144,781			
b/a	(1.033)	(1.033)	(1.032)			

単位はkg

本計算例における各吊材の断面性状は表-2のようである。

6. 参考文献

- 1) 児嶋 平尾: 電子計算機による平面剛節構造物の塑性関節および崩壊荷重の追跡について 土木学会第20回中国四国支部講演概要
- 2) 星 児嶋 平尾: 有限変位を考慮した平面棒構造物の崩壊過程の自動追跡について 土木学会第24回年次学術講演会講演集
- 3) 星 児嶋 平尾: 軸力を考慮した平面棒構造物の崩壊過程の自動追跡について 土木学会第25回年次学術講演会講演集
- 4) 児嶋弘行: 斜腹材を有するアーチ系構造物の極限荷重について 土木学会第24回年次学術講演会講演集
- 5) 星 児嶋 平尾: 平面構造物の安定性に対する一解析法 徳島大学工学部研究報告第15号 第18回中国四国支部学術講演会講演集
- 6) 星 児嶋 平尾: 平面構造物の安定性に対する一計算法 徳島大学工学部研究報告第15号 第18回中国四国支部学術講演会講演集

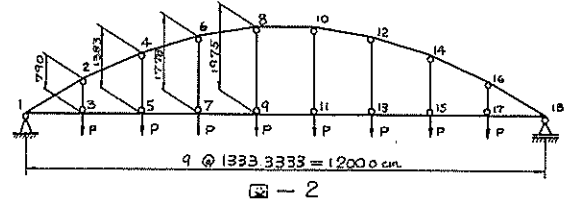


図-2

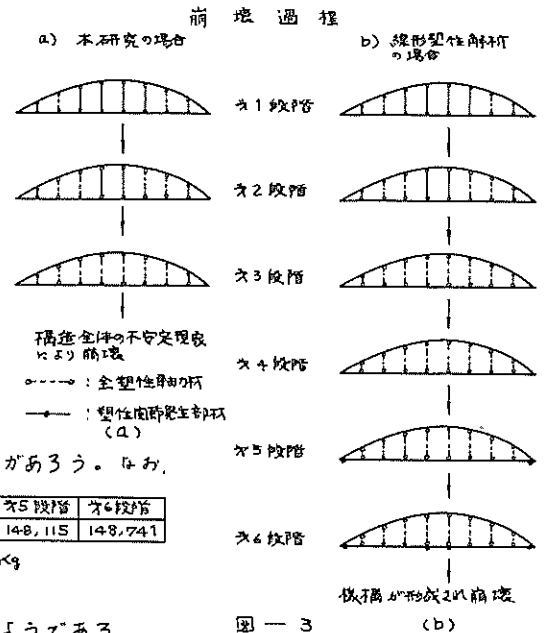


図-3

表-2

	上弦材, 下弦材	吊材(腹材)
F	500 cm ²	50 cm ²
I	1,000,175 cm ⁴	1,310 cm ⁴
N _s	1,400,000 kg	140,000 kg
M _p	58,273,250 kg-cm	

N_s: 全塑性軸力
M_p: 全塑性モーメント