

道路トラス橋の振動に床板の剛性が及ぼす影響を及ぼすことが予想される。本報文は、床組、特に鉄筋コンクリート床板の剛性を考慮したトラス橋の立体的自由振動解析法を示したものである。ここでは、横断面の形状変化を無視した場合の運動方程式のみを示す。

解析上の仮定

振動解析に当って、トラスげんに次の仮定を入れた。

- ①横断面を構成している水平弦および垂直弦を除いた他の部材には、トラス一般の仮定が成立する。
- ②横断面の四隅の節点は、横断面の形状変化を無視した場合および考慮した場合、いずれでも、横断面に直角な荷重に対してヒンジの働きをする。
- ③横断面を構成している垂直弦および水平弦の軸力による伸縮を無視する。
- ④横断面を構成している水平弦は曲げに対して剛である。
- ⑤横断面の形状変化を無視した場合……垂直弦も曲げに対して剛であるとし、横断面の四隅の節点は横断面内では剛結合である。

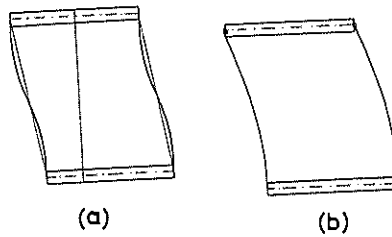


図 - 1

- ⑥横断面の形状変化を考慮した場合……垂直弦は曲げ変形を起すとし、図-1の形状変化をする。
- さらに、鉄筋コンクリート床板について次の仮定を入れた。

- ⑦床板の橋軸に直角な水平軸（図-2のX軸）まわりの曲げ剛性を無視する。
- ⑧同じく、橋軸に直角な鉛直軸（同図のZ軸）まわりの曲げ剛性を考慮する。
- ⑨床板のねじり剛性を考慮する。
- ⑩床板の橋軸方向の伸縮の剛性を無視する。
- ⑪床板を、運動方程式をたてようとする注目の横断面の位置で弾性支持された連続体とする。

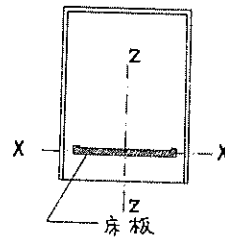


図 - 2

- ⑫横断面の形状変化を無視した場合……床板は曲げ変形のない垂直弦にヒンジ結合されているとする
(図-3参照)



図 - 3

- ⑬横断面の形状変化を考慮した場合……床板は図-4に示されているように、上下の水平弦にヒンジ結合された曲げに対して剛な補足的な垂直弦にヒンジ結合されているものとする。

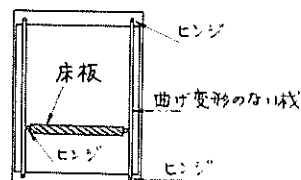


図 - 4

運動方程式をたてるときに、次の仮定を入れた。

- ⑭トラス橋の質量をトラスの各節点に集中させた。
- ⑮トラス橋の一横断面の質量は、四隅の節点の質量を

横断面の重心に集め下すものとする。

④振動は微小振動で減衰力は作用しない。

横断面の形状変化を無視した場合の運動方程式

仮定にしたがうと、トラス橋の変位および変形は図-5のように分けられる。

横断面の重心の水平変位 U_i

" " 鉛直変位 W_i

横断面の回転変位 Θ_i

節点の橋軸平行方向の変位 V_{4i+m}

これらの変位が生じたとき、横断面の四隅の節点変位は図-6を参照すると、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{U}_{4i+m} &= U_i + \Theta_i \bar{E}_{U,4i+m}, & \bar{V}_{4i+m} &= V_{4i+m} \\ \bar{W}_{4i+m} &= W_i - \Theta_i \bar{E}_{W,4i+m}, \end{aligned} \quad \dots (1)$$

床板の重心の水平変位 (d_i) および回転変位 (ϕ_i) は次式で表わされる。

$$d_i = U_i - \Theta_i \bar{E}_{d,i}, \quad \phi_i = \Theta_i \dots (2)$$

$$\therefore \bar{E}_{U,4i+m} = Z_{4i+m} - Z_{0i}, \quad \bar{E}_{V,4i+m} = X_{4i+m} - X_{0i}, \quad \bar{E}_{W,i} = Z_{0i} - Z_{0i} \dots (3)$$

今、隣接する $i-1$, i および $i+1$ 番目の横断面のそれぞれの中に、任意節点 $j' = 4(i-1) + n$, $k = 4i+m$, $l = 4(i+1) + n$ ($n, m = 1, 2, 3, 4$) とする。これらの任意節点の中で、節点 k と j' とを結ぶ節点の節点における節点力 $N_{kj'}$ とすると、 $N_{kj'}$ は次式で表わされる。

$$N_{kj'} = K_{kj'} \{ (\bar{U}_{j'} - \bar{U}_k) \lambda_{kj'} + (\bar{V}_{j'} - \bar{V}_k) \mu_{kj'} + (\bar{W}_{j'} - \bar{W}_k) \nu_{kj'} \} \dots (4)$$

$$\therefore N_{kj'} = K_{kj'} \{ -U_{i-1} \lambda_{jk} - U_i \lambda_{kj} - W_{i-1} \nu_{jk} - W_i \nu_{kj}$$

$$- \Theta_{i-1} (\bar{E}_{U,j} \lambda_{jk} - \bar{E}_{W,j} \nu_{jk}) - \Theta_i (\bar{E}_{U,k} \lambda_{kj} - \bar{E}_{W,k} \nu_{kj})$$

$$- V_{j'} \mu_{jk} - V_k \mu_{kj} \} \dots (5)$$

$$\therefore \text{で、} K_{kj'} = EA_{kj'} / l_{kj'}$$

一方、 $i-1$, i および $i+1$ 番目の横断面の位置の床板の重心の水平変位 ε , それぞれ d_{i-1} , d_i および d_{i+1} , 回転変位 $\varepsilon \phi_{i-1}$, ϕ_i および ϕ_{i+1} とすると、 i 番目の横断面の位置の床板に生ずる水平面内の曲げモーメント M_i は図-7を参照すると、次式で表わされる。

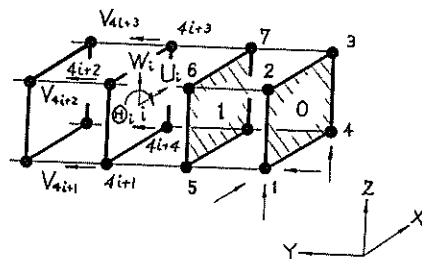


図-5

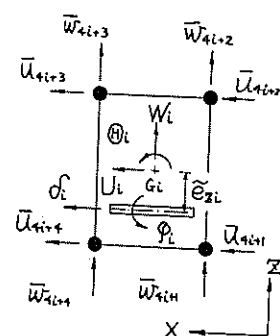


図-6

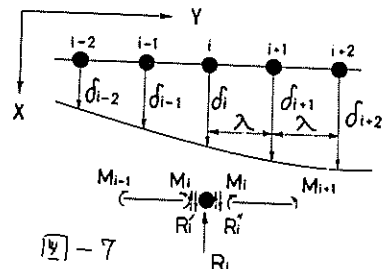


図-7

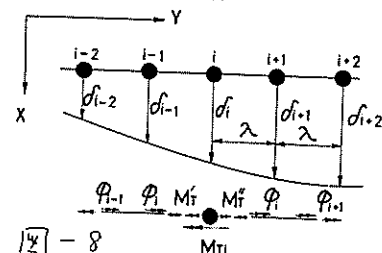


図-8

$$M_i = -\frac{EI_z}{\lambda^2} (\delta_{i-1} - 2\delta_i + \delta_{i+1}) = -\frac{EI_z}{\lambda^2} (U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1} - \Theta_{i-1} \tilde{C}_{\alpha i-1} + 2\Theta_i \tilde{C}_{\alpha i} - \Theta_{i+1} \tilde{C}_{\alpha i+1}) \dots (6)$$

図-8中のねじりモーメント M_T および G_T はそれぞれ次式で表わされ3.

$$\left. \begin{aligned} \text{式中, 入口パネル長, } EI_s \text{ は床板} \quad M_T' &= -\frac{GJ_s}{\lambda} (\varphi_{i-1} - \varphi_i) = -\frac{GJ_s}{\lambda} (\Theta_{i-1} - \Theta_i) \\ \text{の橋軸に直角な鉛直軸まわりの曲} \\ \text{げ剛性, } GJ_s \text{ は床板のねじり剛性} \quad M_T'' &= -\frac{GJ_s}{\lambda} (\varphi_i - \varphi_{i+1}) = -\frac{GJ_s}{\lambda} (\Theta_i - \Theta_{i+1}) \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

i番目の横断面に既述の変位が生ずるとき, 横断面の四隅および床板に図-9に示す復元力および復元モーメントが生ずる.

これより, 横断面の水平方向の運動方程式は

$$m C_i \frac{d^2 U_i}{dt^2} = - (K_{K1} + K_{K2} + K_{K3} + K_{K4}) U_i - R_i \dots (8)$$

横断面の鉛直方向の運動方程式は

$$m C_i \frac{d^2 W_i}{dt^2} = - (K_{V1} + K_{V2} + K_{V3} + K_{V4}) W_i \dots (9)$$

横断面の歪みまわりの回転の運動方程式

$$I_i \frac{d^2 \Theta_i}{dt^2} = - \sum_{m=1}^4 \tilde{C}_{\alpha i+m} K_{\alpha m} + \sum_{m=1}^4 \tilde{C}_{\alpha i-m} K_{\alpha m} - M_{Ti} + R_i \tilde{C}_{\alpha i} \dots (10)$$

節点 $i+m$ の橋軸方向の運動方程式

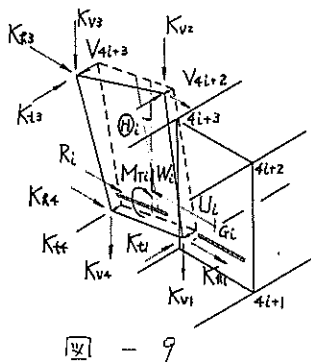
$$M_{i+m} \frac{d^2 V_{i+m}}{dt^2} = - K_{i+m} \dots (11)$$

以上の運動方程式における復元力および復元力は次の値と3.

$$\left. \begin{aligned} K_{Um} &= - \sum_{n=1}^4 (N_{i+m, i(i-1)+n} V_{i+m, i(i-1)+n} + N_{i+m, i(i+1)+n} V_{i+m, i(i+1)+n}) \\ K_{\alpha m} &= - \sum_{n=1}^4 (N_{i+m, i(i-1)+n} \lambda_{i+m, i(i-1)+n} + N_{i+m, i(i+1)+n} \lambda_{i+m, i(i+1)+n}) \\ K_{i+n} &= - \sum_{n=1}^4 (N_{i+m, i(i+2)+n} \mu_{i+m, i(i-1)+n} + N_{i+m, i(i+1)+n} \mu_{i+m, i(i+1)+n}) \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

$$\begin{aligned} R_i &= -\frac{1}{\lambda} (M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1}) = -\frac{EI_z}{\lambda^2} (U_{i-2} - 4U_{i-1} + 6U_i - 4U_{i+1} + U_{i+2} - \Theta_{i-2} \tilde{C}_{\alpha i-2} \\ &\quad + 4\Theta_{i-1} \tilde{C}_{\alpha i-1} - 6\Theta_i \tilde{C}_{\alpha i} + 4\Theta_{i+1} \tilde{C}_{\alpha i+1} - \Theta_{i+2} \tilde{C}_{\alpha i+2}) \dots (13) \end{aligned}$$

$$M_{Ti} = M_T' - M_T'' = -\frac{GJ_s}{\lambda} (\Theta_{i-1} - 2\Theta_i + \Theta_{i+1}) \dots (14)$$



以上の復元力および復元モーメントを運動方程式に代入し、部材応力を横断面の重心の変位および節点の橋軸平行方向の変位で表わす。さらに、変位を次の周期関数で表わす。すなわち、一横断面ごとの運動方程式は式(16)となる。

$$\left. \begin{aligned} U_i &= U_i e^{i\omega t}, & W_i &= W_i e^{i\omega t} \\ \theta_i &= \theta_i e^{i\omega t}, & V_{i+n} &= V_{i+n} e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

ここで、 ω : 円振動数

$$D_i X_{i-2} + (A_i + 2D_i) X_{i-1} + (B_i + 3D_i - \omega^2 W_i) X_i + (C_i + 4D_i) X_{i+1}$$

$$+ 5D_i X_{i+2} \dots \dots (16)$$

ここで、 X_i は i 番目の横断面の変位ベクトルで式(17)で表わされる。また、 W_i は i 番目の横断面の質量分布を表わす対角行列で式(18)で表わされる。

$$X_i = \begin{bmatrix} U_i \\ W_i \\ \theta_i \\ V_{i+1} \\ V_{i+2} \\ V_{i+3} \\ V_{i+4} \end{bmatrix} \dots (17)$$

$$W_i = \begin{bmatrix} m_i & & & & & & \\ & m_i & & & & & 0 \\ & & L_i & & & & \\ & & & m_{i+1} & & & \\ & & & & m_{i+2} & & \\ & & & & & m_{i+3} & \\ 0 & & & & & & m_{i+4} \end{bmatrix} \dots (18)$$

式(16)中の A_i , B_i および C_i はトラス部材の剛性に関する 7×7 の正交代行列であり、 D_i , $2D_i$, $3D_i$, $4D_i$ および $5D_i$ は床板の剛性に関する 7×7 の正交代行列である。式(16)より明らかなように、床板の剛性を無視した場合、トラス橋の一横断面の運動方程式は式(19)で表わされる。

$$A_i X_{i-1} + (B_i - \omega^2 W_i) X_i + C_i X_{i+1} = 0 \dots (19)$$

参考文献

- 村よ・倉田：横断面の変形を無視したトラス橋の自由振動の立体的解析，九州大学工学集報，第44巻，3号。
- 村よ・倉田：横断面の変形を考慮したトラス橋の自由振動の立体的解析，九州大学工学集報，第44巻，3号。