換算等分布荷重に関する限界てい減率について

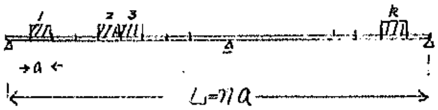
山口大学大学院　学生　○　徳田榕大
山口大学工学部　正員　　中川建治

1　まえがき

車線上を走行している車両を橋梁に対する活荷重として換算等分布活荷重とする場合，車両間隔の乱れ，速度の乱れ，車両重量の乱れ等を考慮しなければならない。著者等は最も簡単な例として，同一の重量をもつ車両が車線上にランダムに配列する場合の換算等分布荷重の限界値を研究した。ここでは時間に関する乱れも無視して，静的にランダムに単位荷重が配列した場合を研究する。

車両配列の空間的乱れの統計的処理方法として，主として，車両間隔に着目する方法と一定区間に配列する車両台数に着目する方法が考えられる。実際の車両走行を上記の２つの方法で統計処理を行って，確率統計的な換算等分布荷重の限界てい減率を導くと，異った結果を得る。いずれの限界てい減率を実際に採用するべきかを考察して，より小さい値を採用するべきであろうとの結論を得た。

2　平均最大値の極値



車両重量をQ，占有長さをaとする。載荷区間の全長をLとして，全長をn等分して($L=na$)1区間に1台の車両しか載荷できないものとする。車両が満載するならばQ/aが換算等分布荷重であるが，或る確率のもとにはn区間にk台しか載荷しないならば分布荷重のてい減率θとして，$\theta=k/n$を採用するべきである。載荷台数kは確率変数であるから，或る生起確率のもとにどのようなてい減率を採用すればそれが予想し得る限りの最大値であるかを決定することは有意義なことであろう。

平均値m，分散値Vという分布Fをもつ確率変数のN個の実現値の最大値の期待値の予想し得る限りの最大値Y_{max}は，極値統計の定理より

$$m=\int_0^1 z\,dF(z)\ ,\quad V=\int_0^1 (z-m)^2\,dF \qquad \text{------}\ (1)$$

$$Y_{\substack{max\\min}}=m\pm\frac{N-1}{\sqrt{2N-1}}\sqrt{V} \qquad \text{------}\ (2)$$

として与えられている。すなわち，条件式(1)を満足するあらゆる分布関数の中で，N個の実験値の中の最大値を最大にする分布$F(z)$を見出して，その分布に従う確率変数のN個の実験値の最大値の平均を求めると式(2)のY_{max}となる。式(2)の負号はY_{min}である。

3　載荷台数に基づく方法.

車線単位長さ当りの車両載荷台数の平均値と分散値を$\bar{r}$，V_rとする。これより，区間L(=na)に載荷する車両台数kの平均値と分散値は，

$$E(k)=\bar{r}L\ ,\qquad Var(k)=V_r L \qquad \text{------}\ (3)$$

となる。この関係を式(1)へ代入して，観測回数を N_r とすれば，式(2)より

$$\left.\begin{aligned} k_{max}(N_r) &= \bar{r}L + \frac{N_r-1}{\sqrt{2N_r-1}}\sqrt{V_r L} \\ \theta_r &= \frac{k_{max}(N_r)}{n} = \bar{r}a + \frac{N_r-1}{\sqrt{2N_r-1}}\, a\sqrt{\frac{V_r}{L}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (4)$$

を得る。これは，区間 L に配列する車両台数を N_r 回観測した場合の最大値の期待値であり，k_{max} は台数，θ_r は N_r 回に1回という最大てい減率である。

4 車両間隔に基づく方法

車両間隔が相互に独立でありすべて同一の分布に従い，平均値と分散値が $\bar{s}$, V_s であるとする。k 台の車両を含む全長 l_k の平均値と分散値は，つぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned} E(l_k) &= E\left(\sum_1^k s_i + ka\right) = k(a+\bar{s}) \\ Var(l_k) &= kV_s \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (5)$$

観測回数 N_s に1回起る l_k の最小期待値が L に等しくすれば，この場合が最大てい減率 θ_s を与える筈である。式(5)を式(1)，式(2)へ代入してつぎの結果を得る。

$$l_{k\,min} = k(a+\bar{s}) - \frac{N_s-1}{\sqrt{2N_s-1}}\sqrt{kV_s} = L \quad \cdots\cdots (6)$$

式(6)より k を求めて $\theta_s = k/n$ を求める。

$$k = \frac{L}{a+\bar{s}} + \frac{V_s}{2(a+\bar{s})^2}\frac{(N_s-1)^2}{(2N_s-1)}\left\{1+\sqrt{1+\frac{4L(a+\bar{s})(2N_s-1)}{V_s(N_s-1)^2}}\right\}$$

$$\fallingdotseq \frac{L}{a+\bar{s}} + \frac{V_s}{(a+\bar{s})^2}\frac{(N_s-1)^2}{(2N_s-1)}$$

$$\theta_s = \frac{k}{n} = \frac{a}{a+\bar{s}} + \frac{V_s a}{L(a+\bar{s})^2}\frac{(N_s-1)^2}{(2N_s-1)} \quad \cdots\cdots (7)$$

5 比較検討

θ_r は $\sqrt{L}$ に逆比例する項を含み，θ_s は L に逆比例する項を含むから，明らかに両者の極値統計は異なる。同一の交通量観測より得られたデータをもとにするならば，$L \to \infty$ で $\theta_s = \theta_r$ でなければならないから，

$$\bar{r} = \frac{1}{a+\bar{s}} \quad \cdots\cdots (8)$$

である。N_r と N_s とについては，θ_r を求めるための観測平均総延長は LN_r であり，θ_s を求めるための観測平均総延長は $N_s(a+\bar{s})L\theta_s/a$ であるから両者を等しいと置けばよい。

$$N_r = N_s(a+\bar{s})\theta_s/a \quad \cdots\cdots (9)$$

を得る。

θ_s と θ_r の交点を式(4)～(9)より求めて検討すると，$1 \geqq \theta \geqq a\bar{r}$ の領域では，条件式(10)の成立する限り $\theta_s \leqq \theta_r$ であって，限界てい減率として $\theta = \theta_s$ とするべきであることが分る。

$$V_r - V_s\bar{r}^3 \geqq 0 \quad (10)$$