

分岐構造の応力波伝播について

広島大学工学部 正員 佐藤 誠
 広島大学工学部 学生員 原 誠己

1. まえがき

筆者らは構造物一基破壊の応力波伝播についての研究を続けているが、本研究はその一部として分岐構造に対する応力波伝播機構を解明するために行なったものである。

分岐構造のような複雑な境界条件を持つものについて、波動方程式の厳密解を求めることは極めて困難である。そのため、ここではこれらを一般的に取扱うために、差分法を用いて数値解を求めた。また同時に、筆者らが従来行なって来た高速度カメラによる動光弾性実験の欠点を補う目的で、マイクロフラッシュと遅延回路を用いて光制御方式による一駒撮り動光弾性撮影を試みたので、数値解との比較の対象とした。

2. 解析方法

等方等質の弾性体に対する物体力を無視した場合の2次元問題に於ける波動方程式は次のようになる。

$$\rho \ddot{u}_i = (\lambda + \mu) u_{jji} + \mu u_{ijj}, \quad i, j = 1, 2 \quad (1)$$

ここに、 u_i は変位成分、 λ, μ はLaméの定数、 ρ は密度である。(1)式を中央差分による差分式に書き直すと、

$$\begin{aligned} u_{i,j,k+1} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j,k-1} &= C_1^2 \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \right) (u_{i,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-j,k}) \\ &+ (C_1^2 - C_2^2) \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta x \Delta y} \right) (v_{i,j+1,k} - v_{i,j-1,k} + u_{i-1,j,k} - u_{i+1,j,k}) \\ &+ C_2^2 \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta y^2} \right) (u_{i,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j-1,k}) \\ v_{i,j,k+1} - 2v_{i,j,k} + v_{i,j,k-1} &= C_1^2 \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta y^2} \right) (v_{i,j,k} - 2v_{i,j,k} + v_{i,j-1,k}) \\ &+ (C_2^2 - C_1^2) \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta x \Delta y} \right) (u_{i,j+1,k} - u_{i,j-1,k} + u_{i-1,j,k} - u_{i+1,j,k}) \\ &+ C_1^2 \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \right) (v_{i,j,k} - 2v_{i,j,k} + v_{i-1,j,k}) \end{aligned}$$

となる。

ここに、 $\Delta t, \Delta x, \Delta y$ はそれぞれ、 t, x, y 軸方向の増分、 C_1, C_2 は縦波、横波の速度、 $u_{i,j,k}$ は $k\Delta t$ 時間での点 $(i\Delta x, j\Delta y)$ の x 方向の変位であり、 $v_{i,j,k}$ も同様である。この stencil を図-1に示す。

なお、上記の差分方程式に対する安定性の条件は、 $\Delta t = \Delta y$ のとき、 $\left(\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \right) < \frac{1}{2(C_1^2 + C_2^2)}$ である。

3. 計算結果および実験結果

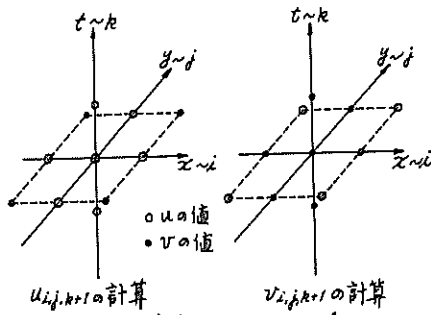


図-1 変位成分の Stencils

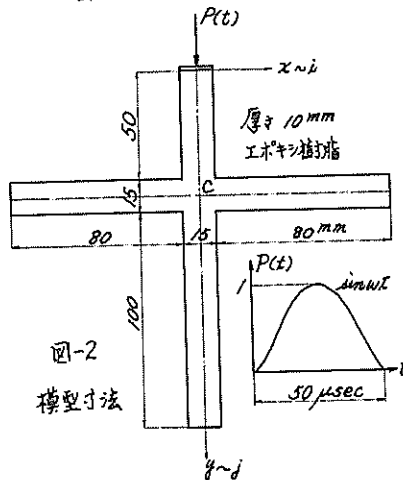


図-2 模型寸法

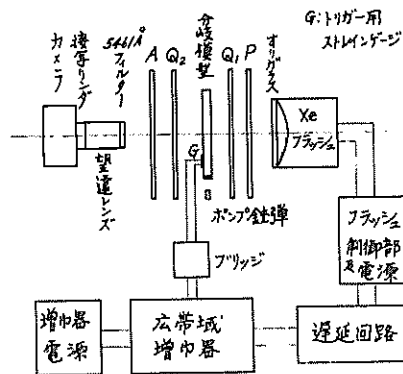


図-3 一駒撮り動光弾性実験装置のブロックダイアグラム

本文で対象とした分岐構造を図-2に示す。数値計算は安定性の条件を考慮して、 $\Delta x = \Delta y = 2.5^{mm}$ 、 $\Delta t = 0.5 \mu sec$ として行った。また衝撃荷重は動光弾性実験の場合に近いものとして、衝撃英に単位の変位を持つ half-sine の変位を与えた。計算結果の例を図-4、図-5に示す。

本実験に用いた一駒撮り撮影のグロッグダイヤグラムを図-3に示す。この方向においては、衝撃毎の再現性が問題となる。ポンプ銃弾の弾速に若干のばらつきが認められたが、結果はほぼ満足できるものであった。図-5で示した分岐部の変色線写真の例を写真-1に示す。なおマイクロフラッシュの闪光時間が約 $1.7 \mu sec$ であるため、応力波の変化の激しい部分、高次の繰返数が同時に現われる部分は変色線が不鮮明となっている。この点については改良法を研究中である。

4. 結果の考察

図-4に示した対称軸上の σ_y の変化から、集中衝撃の影響は衝撃英から $2 cm$ 以上では無視できること、分岐部から圧縮反射波が生じていることがわかる。

図-5、写真-1の導主応力差線から、対称軸上を縦波の進行する途中で、進行方向に波面が凹、凸を繰返しており、いわゆる *geometrical dispersion* の効果を示していることがわかる。また両者の導主線としての比較から、極めて良く一致している。今後はこれらの結果をもとに、種々の分岐構造を取り上げ、構造物全体の応力波伝播機構と解明する予定である。なお本研究は、44年度科学研究費、試験研究補助金によって行なわれたものであることを附記する。

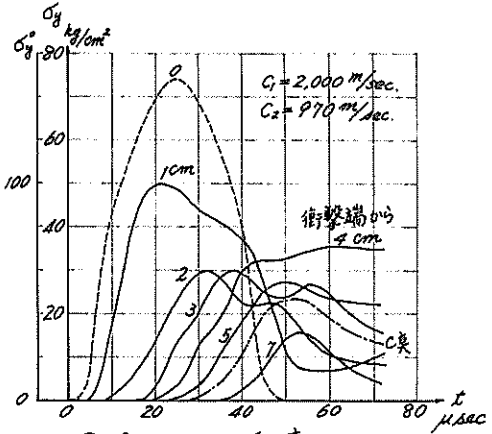


図-4 対称軸上の σ_y の変化

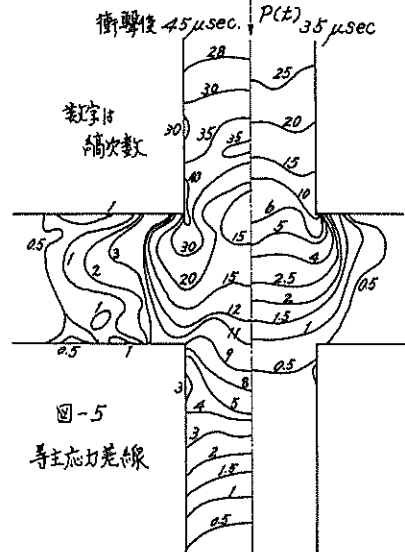


図-5 導主応力差線

