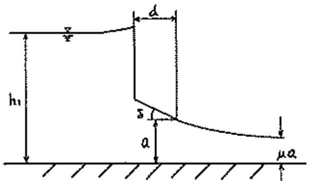
傾斜底水門の流出機構（水門底にはく離領域をともなわない場合）

広島大学工学部　正　員　　名合宏之

〃　　大学院　学生員　○桐原圭司

本研究は水平床上に設置された傾斜底水門の流出機構を解明するための第一歩として，水門底にはく離領域のない場合の縮流係数の特性を2次元ポテンシャル理論を用いて明らかにしたものである。ただしこの場合，水門上流側水面は水平であり，下流側自由表面においては重力の影響がなく流速一定であると仮定している。



図－1　傾斜底水門流出図

1．解析法：　上述の仮定より図-1に示されるような傾斜底水門の縮流係数を求めるには図-2-a)のような容器からの流出における縮流係数をもとめればよい。まず流れの平面における変数を$z=x+iy$，複素ポテンシャルを$W=\phi+i\psi$とするとそれらの平面はそれぞれ図-2-a)および図-2-b)のようにあらわされ，またつぎの関係が成立する。

$$dW/dz=-u+iv \tag{1}$$

ここにu, vはそれぞれxおよびy方向の流速成分である。また複素ポテンシャルWは図-2-c)で示されるf平面の上半面においてはつぎのようにあらわされる。

$$W=-(4\mu a/\pi)\log f+2\mu a \tag{2}$$

さらにf平面の上半面は図-2-d)で示されるζ平面の半円内へは$f=-\frac{1}{2}(\zeta+1/\zeta)$なる関係によって写像されるから$W$は$\zeta$平面において

$$W=-\frac{4\mu a}{\pi}\log\left\{-\frac{1}{2}\left(\zeta+\frac{1}{\zeta}\right)\right\}+2\mu a \tag{3}$$

とあらわされる。

つぎに　$dW/dz=-e^{-i\omega}$，　$\omega=\theta+i\tau$　　(4)

で示されるωなる変数を導入し，ωをζ平面の半円内で求めるとつぎの関係が得られる。

$$e^{i\omega}=\left(\frac{e^{i\sigma_2}+\zeta}{e^{i\sigma_2}-\zeta}\cdot\frac{1-\zeta e^{i\sigma_2}}{1+\zeta e^{i\sigma_2}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{e^{i\sigma_1}-\zeta}{e^{i\sigma_1}+\zeta}\cdot\frac{1+\zeta e^{i\sigma_1}}{1-\zeta e^{i\sigma_1}}\right)^{\left(\frac{1}{2}-\frac{\delta}{\pi}\right)} \tag{5}$$

いま円周上の点を考えるときには$\zeta=e^{i\lambda}$とすればよいから，式(5)は

$$e^{i\omega(\lambda)}=\left(\frac{\sin\lambda+\sin\sigma_2}{\sin\lambda-\sin\sigma_2}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{\sin\lambda-\sin\sigma_1}{\sin\lambda+\sin\sigma_1}\right)^{\left(\frac{1}{2}-\frac{\delta}{\pi}\right)} \tag{6}$$

となり式(3)は　　$dW=(4\mu a/\pi)\tan\lambda\cdot d\lambda$　　(7)

とあらわされる。式(4)，式(6)および式(7)を用いると結局流れの平面における境界面上の座標は次式で表わされる。

$$z=-\frac{4\mu a}{\pi}\int\left(\frac{\sin\lambda+\sin\sigma_2}{\sin\lambda-\sin\sigma_2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\sin\lambda-\sin\sigma_1}{\sin\lambda+\sin\sigma_1}\right)^{\left(\frac{1}{2}-\frac{\delta}{\pi}\right)}\tan\lambda\,d\lambda+C \tag{8}$$

この関係を用いて水門板上の線分$\overline{CD}$および$\overline{BC}$の長さを求め，さらに

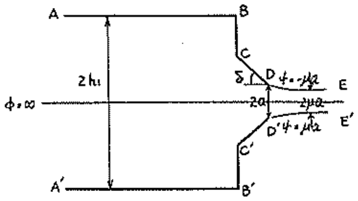


図-2-a)　z 平面

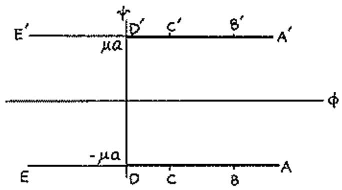


図-2-b)　W 平面

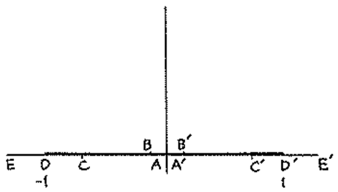


図-2-c)　f 平面

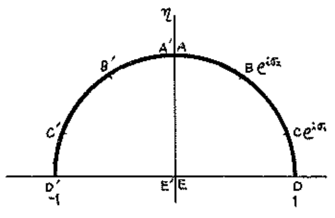


図-2-d)　ζ 平面

与えられた水門の特性量から決定される幾何学的関係および連続の条件を用いると以下の関係式が成立する。

$$d/a=\frac{2\mu\cos\delta}{\pi}\int_0^{\sigma_1}\left(\frac{\sin\sigma_2+\sin\lambda}{\sin\sigma_2-\sin\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\sin\sigma_1-\sin\lambda}{\sin\sigma_1+\sin\lambda}\right)^{\left(\frac{1}{2}-\delta/\pi\right)}\tan\lambda\,d\lambda \tag{9}$$

$$d/a=\frac{1}{\tan\delta}\left\{\frac{1}{(a/h_1)}-1-\frac{2\mu}{\pi}\int_{\sigma_1}^{\sigma_2}\left(\frac{\sin\sigma_2+\sin\lambda}{\sin\sigma_2-\sin\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\sin\lambda-\sin\sigma_1}{\sin\lambda+\sin\sigma_1}\right)^{\left(\frac{1}{2}-\delta/\pi\right)}\tan\lambda\,d\lambda\right\} \tag{10}$$

$$\mu=\frac{1}{(a/h_1)}\Big/\left(\frac{1+\sin\sigma_2}{1-\sin\sigma_2}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{1-\sin\sigma_1}{1+\sin\sigma_1}\right)^{\left(\frac{1}{2}-\delta/\pi\right)} \tag{11}$$

式(9)、式(10)および式(11)より水門の特性量である b/a、d/a およびゲート底面の傾斜角 δ を与えればその場合の縮流係数が求まることがわかる。

2．計算結果とその考察：　式(9),(10)および(11)を用い底面傾斜角が $\pi/6$, $\pi/4$ および $\pi/3$ の場合について計算をおこなった。これらの計算をおこなうに際して式(9)および式(10)に含まれる積分を解析的に求めることが困難であるので数値積分をおこなった。その場合積分の誤差が問題になるが縮流係数を有効数字3桁まで求めるためには式(9)の積分については分割区間は $\pi/1800$, 式(10)のそれは $\pi/200$ を用いればよいことがわかったのでそれらの値を用いた。計算の結果は図-3-a), 3-b)および3-c)に示されるとおりである。各図における曲線の一番上のものはそれぞれの底面傾斜角に等しい角度をもった傾斜水門の値であり、一番下のものは鉛直刃形水門の値を示している。これらの図によると水門の厚さ d/a が少し増えると縮流係数は急激に増加し傾斜角度が $\pi/6$ の場合には d/a が1.0でほぼ傾斜水門の値になることがわかる。また角度を増加させると傾斜水門の値に近くなる水門の厚さ d/a は減少していくことがわかる。

以上は理論解析の結果得られた縮流係数の特性であるが、この理論解析のモデルが実際の流出現象をどの程度まで忠実に表現したものであるかという点については今後実験的に究明していくことが必要であろう。

最後にこのような研究を進めるにあたりつねに御指導賜わっている岩佐義朗教授および適切な御助言を賜わっている金丸昭治教授に深甚の謝意を表しますとともに、計算および資料整理にあたって御助力下さいました楠喜税君に深く感謝致します。

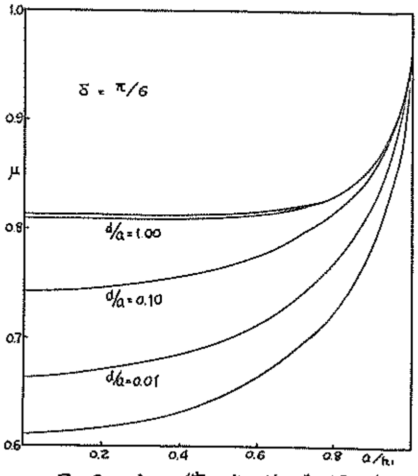


図-3-a)　縮流係数(δ=π/6)

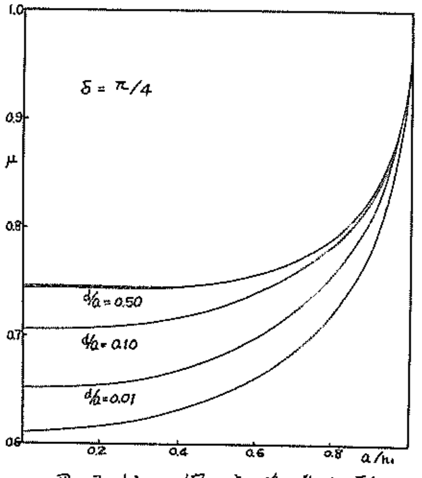


図-3-b)　縮流係数(δ=π/4)

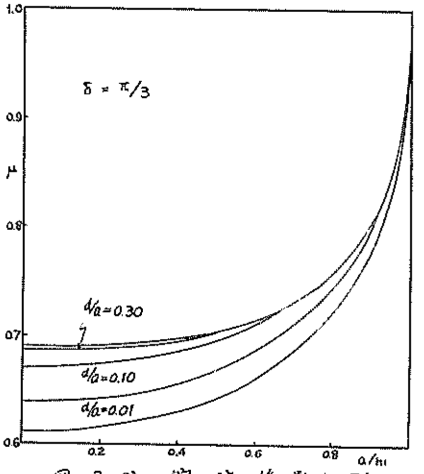


図-3-c)　縮流係数(δ=π/3)