

横スリットによる噴砂現象

愛媛大学工学部土木工学教室

正員

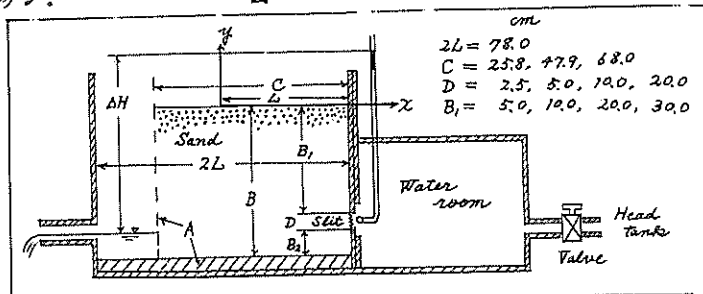
瀧野正次

新潟地震で被害の大きかった低地砂層地域で地下水噴出・土砂が吹き上げがみられたが、これに類似して、福岡県田川地区の石灰岩地帯においても又えびの地震においてもみられたとあります。筆者は、この現象を model 化して、縦スリット（水の流入方向が鉛直方向）の場合についての sand jet の発生条件などについて既に発表してきた。quick sand の砂層流動化は動水こう配 I_c が次式

$$I_c = \frac{\Delta H_s}{B} = \frac{\beta - \rho}{\rho} (1 - n) \dots (1)$$

ここに n は間隙率 $\beta \cdot \rho$ は砂粒および水の密度 ΔH_s は水位差 B は砂層の厚さに達したときおこるとされているが、(1)式は砂層における動水こう配が一様で砂層に沿っての流動化可能性が一様に分布する場合について導かれたもので、動水こう配が一様でない場合については水理学的に明瞭でない点が残されている。今回は横スリット（水の流入方向が水平方向）の場合における動水こう配の変化、sand jet の発生条件などについて述べるが、これも又動水こう配が大きく変化する場合の一例である。

図-1



[1] 実験装置ならびに実験結果

実験装置は高さ ΔH のヘッド・タンク（水位一定）から導いた水を、スリットを通じて試料中に流入させるようにしたものである。図-1 は水位が殆んど 0 に近い場合の二次元実験装置で、

水位より場合については、図に示した A の部分をとり、吹き出し孔を試料上面より上に上げて実験した。実験に用いた試料は福島県相馬砂で、真比重 2.65、粒径 $0.49 \text{ mm} \sim 0.75 \text{ mm}$ 、浸透速度 0.35 cm/sec 、単粒子の沈降速度は 10.72 cm/sec のもので、成り可く均一になるよう砂の厚み 3 cm おきに軽く突き固めたものである。実験はバルブを調節して噴次水压をあげ、定常状態に達したとき、圧力水頭・水位・流量を測定した。圧力をあげてゆくと、sand jet を形成するに至る。sand jet を形成すると、スリット内の圧力水頭は減少し、流量は増大する。このとき安定状態を測定して一時的実験を終える。

[2] スリットからの浸透解析

二次元的な噴砂現象を対象にして試料上面より水位が高い場合について解析した結果を記す。

図-1 に記した x 方向の流速を u 、 y 方向の流速を v とすると、二次元定常流の連続式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots (2)$$

これは $u \cdot dx - v \cdot dy$ が全微分なるための必要十分条件であるから

$$u \cdot dx - v \cdot dy = d\psi$$

なる流線の関数 ψ （単位巾流量）が存在する。

u ならびに v を x, y の関数と

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \dots (3)$$

つぎに流れが非回転であるためには

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \dots (4)$$

これは $u \cdot dx + v \cdot dy$ が全微分なるための必要十分条件であるから

$$u \cdot dx + v \cdot dy = -d\phi$$

なる速度ポテンシャル重が存在する。

これから u を v を重であらうと

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{--- (5)}$$

(5) 式を (2) 式に, (3) 式を (4) 式に代入すると

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad \text{--- (6)}$$

従って ψ と ψ はともに Laplace の微分方程式を満足し交換可能である。つぎに複素ポテンシャル w は

$$w = \psi + i\psi \quad \text{--- (7)} \quad \text{で定義され、} w \text{ は}$$

(2) 式 (4) 式を満足すること (6) 式より明らかであり (3) 式 (5) 式から Cauchy-Riemann の微分方程式を満足している w は正則であり、従って二次元の非回転定常流では境界条件を満足するように w を求めるとよい。

図-2 に定義された z 面および w 面に対して

Schwarz-Christoffel の定理を適用すると、 z 面においては $z = M \int \frac{dt}{\sqrt{(b-t)(1-t)(1-t)(b-t)}}$ --- (8)

により $t = \frac{z}{b}$ 面に写像される。又 w 面においては $w = N \int \frac{d\tau}{\sqrt{(1-\tau)(1-\tau)(1-\tau)(d-\tau)}}$ --- (9)

により τ 面に写像される。二つの矩形周回はいずれも平面上の実軸に図に示すように対応するから、 z 面を媒介として w と z の関係が求められる。まず z 面と τ 面との対応関係のうち BA 線上的対応から $\sin \theta = \frac{b}{c} \sqrt{\frac{c^2-1}{b^2-1}}$ --- (10) とおいて

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{M}{b} F(\theta, m') & m' &= 1-m^2 \\ m &= \frac{1}{b} & B &= -\frac{M}{b} K(m') \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (11)}$$

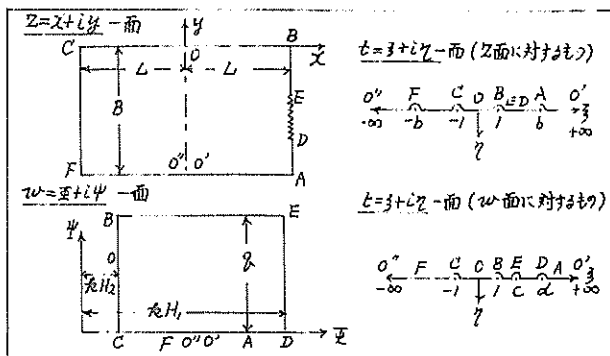
が得られる。ここに $F(\theta, m')$ は m' を母数とする第一種楕円積分、 $K(m')$ は第一種完全積分である。つぎに $A O'$ 線上的対応から $\frac{B}{L} = \frac{K(m')}{K(m)}$ --- (12) が得られ、 B/L が決まると特異点の座標 (母数) m, m' の値は定まる。

特異点 D, E の位置は (11) (12) 式より

$$\frac{BD}{L} = \frac{-F(\theta_d, m')}{K(m)} \quad \frac{BE}{L} = \frac{-F(\theta_e, m')}{K(m)}$$

従って $\frac{BD}{L}, \frac{BE}{L}$ を与えると前式を満足する θ_d, θ_e

図-2



が定まり (10) 式より

$$C = \frac{b}{\sqrt{b^2 - (b^2 - 1) \sin^2 \theta_c}} \quad d = \frac{b}{\sqrt{b^2 - (b^2 - 1) \sin^2 \theta_d}} \quad \text{--- (13)}$$

従って C の値が B/L および BE/L の関数として、又 d の値が B/L および BE/L の関数として求められる。

同様に w 平面と τ 平面の対応から、 τ 平面の単位中当りの流量 q は

$$q = \frac{(c-1)(d+1)}{(c+1)(d-1)} \quad q' = \frac{2(d-c)}{(c+1)(d-1)} \quad \text{--- (14)}$$

とおいて $\frac{q}{K(H_1 - H_2)} = \frac{K(q')}{K(q)}$ --- (15) が得られる。

また噴砂現象を規定する量として、 BE 線上的動水こう配および流速は、 $v = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$ で求められる。

z 面と τ 面との対応関係のうち、 BA 線上的対応から $\frac{\partial \psi}{\partial t} = M \frac{1}{\sqrt{(b+t)(1+t)(1-t)(b-t)}}$ --- (16)

w 面と τ 面との対応関係のうち、 BE 線上的対応から $\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = -N \frac{1}{\sqrt{(1+\tau)(1-\tau)(1-\tau)(d-\tau)}}$ --- (17)

(16) (17) 式より $v = -\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{N}{M} \sqrt{\frac{(b+t)(b-t)}{(1+t)(1-t)(d-t)}}$ --- (18)

z 面と τ 面との対応関係のうち、 OB 線上的対応から $L = -\frac{M}{b} K(m)$ --- (19)

w 面と τ 面との対応関係のうち、 BE 線上的対応から $N = -\frac{K(H_1 - H_2) \sqrt{(d-1)(1+c)}}{2 K(q)}$ --- (20)

(19) (20) 式を (18) 式に代入すると、 $\frac{B}{H_1 - H_2} \left(-\frac{1}{K(q)} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = \frac{B}{L} \frac{K(m)}{2 K(q)} \frac{\sqrt{(d-1)(1+c)}}{b} \sqrt{\frac{(b+t)(b-t)}{(1+t)(1-t)(d-t)}}$ --- (21)

ただし BE 線上的 $\sin \theta$ の値 (10) 式より

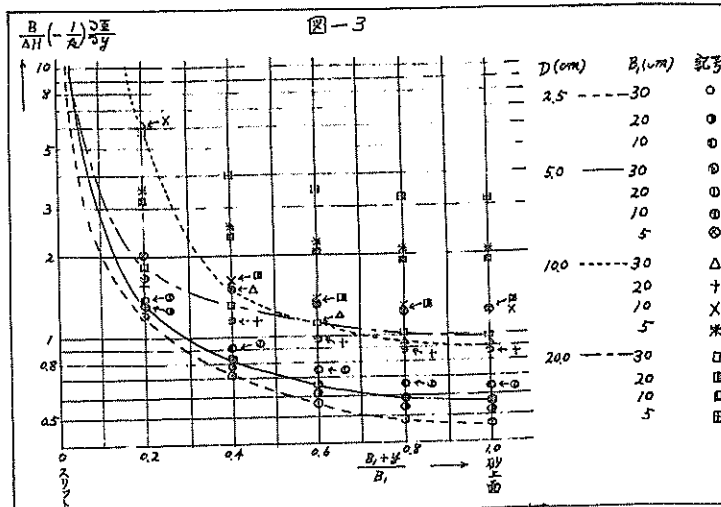
$$t = \frac{c(d-1) - d(c-1) \sin^2 \theta}{(d-1) - (c-1) \sin^2 \theta} \quad \text{--- (22)} \quad \text{従って } B/L, \overline{BD}/L, \overline{BE}/L \text{ を与えよと、流量の無次元化され}$$

$$t = \frac{B}{H_1(H_1-H_2)} \text{ が (15) 式より求められる。 (1) (19) 式より } \frac{y}{B} = - \frac{L}{B \cdot H(m)} F(\theta, m') \quad \text{--- (23) なる故}$$

$$(21) (23) \text{ 式より } \frac{B}{H_1-H_2} \left(- \frac{1}{H_2} \right) \frac{\partial y}{\partial y} \text{ が } \frac{y}{B} \text{ の関数として求められる。本実験の例について計算した結果を}$$

図-3 に示した。これより次のことが言える。

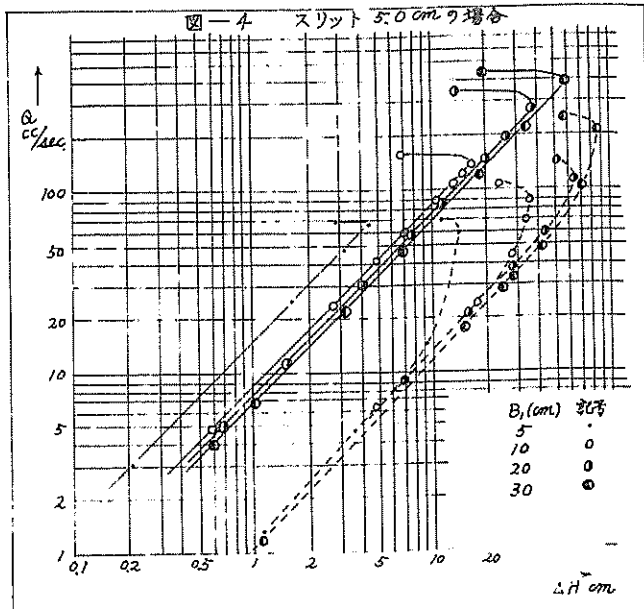
一般にスリット位置における動水こう配の値は非常に大きく、その近傍における変化は著しい。しかも、その値は B_1/L および D/L に大きく規定される。 $(B_1+y)/B_1 \approx 0.4$ では変化は緩慢になり、砂の上層部では $0.45 \sim 0.2$ の値をもつ。また、この値は D/L による変化は大きい、 B_1/L による変化は小さい。 B_1/L が一定のとき、砂上面の



動水こう配は D/L が大きい程大きい値をとる。 D/L が一定のときには B_1/L が小さい程大きい値をとる。また同一の D においては動水こう配の変化の仕方は似ており、 $0.8 \leq (B_1+y)/B_1 \leq 1.0$ では動水こう配はほとんど変化しない。

[3] 実験結果

図-4 は実験結果の一例で、二次元スリットの流量 Q (cc/sec) と ΔH (cm) との関係を図示したものである。図中——は水位が砂上面より上にある場合、---は水位が殆んど0に近い場合である。尚前に記した α との関係は、 $Q = \alpha \times 18.0$ (スリットの奥行き 18.0 cm) である。水位が砂上面より上にある場合は、 ΔH の最大に達する迄両対数紙上で 45° 傾斜の直線となり浸透の法則を満足するが、水位が殆んど0に近い場合の勾配は前よりも急で Q の ΔH^α と



おくとき $\alpha = 1.00 \sim 1.30$ の値をとる。しかも ΔH の値が増大するにつれ ΔH の増大量に比し Q の増大量は増す。又図-4 だけでは不明瞭であるが、水位下の場合には略、同一の直線上にのるようであるが、水位上の場合については砂の厚さ B_1 が増すにつれ同じ ΔH の値に對し Q の値は小さくなる。又図-

4は網間隔 $C=68.0\text{ cm}$ の場合であるが(水位下の場合)、 C を 25.8 cm , 47.9 cm に変化させても Q と ΔH の関係は略:同一になる。

つまり sand jet の発生が ΔH の最大とみて、これを ΔH_s とすると

$\Delta H_s = f(B_1, D, B_2, L, \text{砂の密度}, \text{間ゲキ率}, \text{slitの形状}, \text{水位})$ ----- (24)

が期待される。動水こう配一様な場合には動水こう配 I_c が(1)式に達すると噴砂がおけるとされている。この実験では $I_c \approx 0.93$ であり、(24)式に(1)式を導入すると

$$\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*} = f\left(\frac{B_1}{D}, \frac{B_2}{L}, \frac{B_2}{B_1}, \frac{L}{B_1}, \text{slitの形状}\right) \text{ ----- (25)} \quad \text{となる。}$$

水位が砂表面より上にある場合について $\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*}$ の実験値と主要なparameter $\frac{B_1}{D}$ との関係をプロットしたのが図-5であり、図中に記号の説明があるのは D の値である。二次元スリットの場合は、slit付近では(1)式以上の限界こう配以上の流体力にさらされ上部に安定な荷重がのっている底を呈するため、 $\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*}$ の値は $\frac{B_1}{D}$ の小さいときほど D の値から $\frac{B_1}{D}$ とともに増加して $\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*} \approx 2.5$ の値に漸近するようである。また、 D の異なる値に対する測定が、ほぼ同一曲線上にのることから、 $\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*}$ には $\frac{B_1}{D}$ が重要な役割をもつと言えよう。この点については、縦スリットの水位が砂上面より上にある場合と同じである。

水位が殆んど0に近い場合について $\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*}$ と B_1 との関係を、網間隔 C を変化させてプロットしたのが図-6である。同じ条件下では、 C の値を変化させても $\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*}$ の値は殆んど変化していない。しかし、 $C=68.0\text{ cm}$ の場合は、 B_1 の増大につれ $\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*}$ の値は減少の傾向がみられる。しかし、 $\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*}$ の値は2.7~4.6の値をとり、水位が砂上面より上の場合に比し噴砂を起こし難いことを示している。

また、 D の影響も著しくは現われていない。縦スリットの場合においては、 B_1 の増大とともに $\frac{\Delta H_s}{\Delta H_*}$ の値は増加し略:一定の値に近づいたのに対し、横スリットの場合においては略:同一の値をとるようである。終りに、九州大学工学部水工土木学教室橋本一郎教授の御指導によることを附記し、深く謝意を表します。

参考文献

橋本一郎・時山正常・瀧野正次: 地下水流による噴砂現象;

愛媛大学紀要第Ⅱ部第5巻第4号, 昭42.3.

