

1. 概説

流水による流砂の移動の形態として浮流によるものと掃流によるものの2つの場合がある。前者は乱流の拡散作用によって砂粒が断面全体と浮流しながら輸送される場合であり、後者は砂粒が河床と接触、滑動あるいは小跳躍をしながら移動するもので、その運動の要因となっているのは掃流力の直接の作用によるものと考えられる。

掃流砂礫は一般に *saltation* といわれる運動をくり返して流下して行くが、この時の運動は底面との接触を保ちながら *sliding* とくり返すものでかなり多い。このような運動を一般に *Successive Saltation* と云っている。この運動を大別すれば

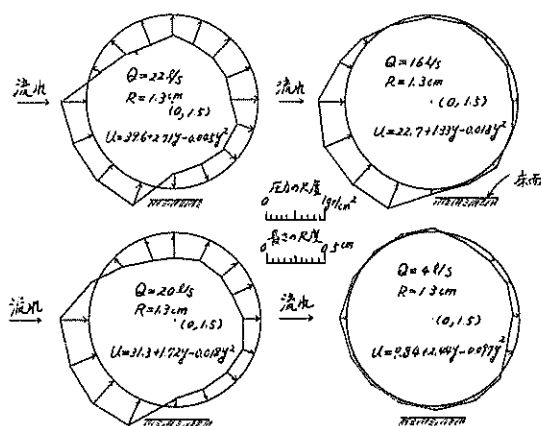
- A) 粒子は底面から浮き上ることなしに流下する。
- B) 粒子は揚圧力により静止の状態から浮上り流下運動をくり返す。
- C) 粒子の移動により他の粒子と衝突して跳上り流下する運動をくり返す。

などである。A) は粒子は掃流力により動かされるが、他の粒子と衝突しても跳上りだけの速度をもたない。B) は河床上の砂粒に働く瞬間的な揚圧力が砂粒の重さより大きくなった時はじめて砂粒が動くと考えられる。C) は静止している粒子が掃流力により動かされ始めそれが他の粒子に衝突返発して流下とくり返す場合であって土屋などによって研究されている。ここにおける研究はこれらの運動と起す要因となる掃流力、とくに静止している砂粒にどのような揚圧力が働くのかについて、完全流体の流水で流速分布と二次曲線分布とし、砂粒によるうづ度の局所的な変化を無視して計算を行ない、2,3の実測結果との比較を行なったものである。

2. 実験設備と測定結果

実験に使用した水路は、徳島大学工学部土木工学教室水理実験室に設置された長さ 6.5m 巾 0.35m 深さ 0.36m の矩形断面可変勾配の水路である。水路ほぼ中央に外径 2.6cm 長さ 34cm の塩化ビニールパイプを設置し、その周囲に沿って 16ヶ所の圧力測定孔を設けビニールパイプを用いてマンメーターに連結し圧力の測定を行なった。図-1 はその測定結果の一例を示す。

図-1. 圧力分布実測例



3. 理論計算

図-2に示すごとく河床面に x 軸とし、これに直角方向に y 軸および z 軸とする。 y 軸上において z 軸に平行な半径 $R = c/(\sinh \alpha)$ の円柱を置き、その中心の位置を河床面より $H_0 = c \coth \alpha$ とする。いま x, y 平面と ξ, η 平面の間にLagallyおよび有江・木谷らと同じ方法によって、つぎのような変換を用いて解得を行ふ。

$$\xi + i\eta = c \log \left[\frac{x+iy+ic}{x+iy-ic} \right] \quad (1)$$

(1)式において ξ, η 平面における直線群は x, y 平面において円直交する円群で表はされる。いま x, y 平面において河床面上 z 軸に平行に置かれた円筒に接近する流速分布を

$$\left. \begin{aligned} u_\infty &= u_0 + 2ay + 3by^2 \\ v_\infty &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

とするは流線函数 ψ_∞ ならびにうつ度 ζ_∞ は

$$\begin{aligned} \psi_\infty &= \int u_\infty dy = u_0 y + ay^2 + by^3 + K \\ \zeta_\infty &= \frac{\partial \psi_\infty}{\partial x} - \frac{\partial u_\infty}{\partial y} = -2a - 6by \end{aligned}$$

ここに円筒近辺の流線函数を ψ , うつ度を ζ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \psi_\infty + \psi_0 = u_0 y + ay^2 + by^3 + K + \psi_0 \\ \zeta &= -\nabla^2 \psi = -\nabla^2 (\psi_\infty + \psi_0) = \zeta_\infty - \nabla^2 \psi_0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに ψ_0 は円筒による流線函数の变化量である。ここで $\zeta = \zeta_\infty$ と仮定すれば

$$\nabla^2 \psi_0 = 0 \quad (4)$$

となる。つぎに ψ_0 の境界条件として

$$\left. \begin{aligned} z \rightarrow \infty \text{ の時 } \psi_0 &= 0 \\ \eta = \alpha \text{ (円筒表面) } [\psi_0]_{\eta=\alpha} &= -[u_0 y + ay^2 + by^3]_{\eta=\alpha} + K \\ \eta = 0 \text{ (x軸) } [\psi_0]_{\eta=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

を満足しなければならぬ。 ψ_0 の基本解として Fourier 級数のものとすれば

$$\psi_0 = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cosh n\eta \cos n\xi + B_n \sinh n\eta \cos n\xi) \quad (6)$$

また境界条件を満足するものとして

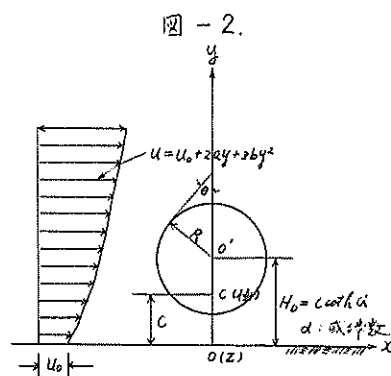
$$\psi_0 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sinh n\eta \cos n\xi = \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{\sinh n\eta}{\sinh n\alpha} \{ 2u_0 (e^{-n\alpha} + 2ac^2 e^{-n\alpha} \coth \alpha + n) + bc^2 e^{-n\alpha} K_2(\alpha) \} \cos n\xi \right] \quad (7)$$

となり流線函数 ψ は

$$\psi = u_0 (F(1) + ac^2 F(2) + bc^3 F(3)) \quad (8)$$

で表はされる。ここに

$$\begin{aligned} F(1) &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ e^{-n\eta} - e^{-n\alpha} \frac{\sinh n\eta}{\sinh n\alpha} \right\} \cos n\xi + 1 \\ F(2) &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ e^{-n\eta} (\coth \eta + n) - e^{-n\alpha} (\coth \alpha + n) \frac{\sinh n\eta}{\sinh n\alpha} \right\} \cos n\xi + \coth \eta \\ F(3) &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ e^{-n\eta} K_2(\eta) - e^{-n\alpha} K_2(\alpha) \frac{\sinh n\eta}{\sinh n\alpha} \right\} \cos n\xi + K_1(\eta) \\ K_1(\eta) &= \frac{(e^{-2\eta})^2 + 4e^{-2\eta} + 1}{(1 - e^{-2\eta})^2}, \quad K_2(\eta) = 2K_1(\eta) + 3\eta \frac{1 + e^{-2\eta}}{1 - e^{-2\eta}} + \eta^2 \\ K &= u_0 c + ac^2 \coth \alpha + bc^3 K_2(\alpha) \end{aligned}$$



である。また速度成分 u, v は (8) 式を用いて計算すれば

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial y} = H_4 u_0 + H_5 a c + H_6 b c^2 \\ v &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -H_1 u_0 - H_2 a c - H_3 b c^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに $H_1 = I \cdot \zeta(1) + J \cdot \zeta(4)$, $H_2 = I \cdot \zeta(2) + J \cdot \zeta(5)$, $H_3 = I \cdot \zeta(3) + J \cdot \zeta(6)$

$H_4 = I \cdot \zeta(4) - J \cdot \zeta(1)$, $H_5 = I \cdot \zeta(5) - J \cdot \zeta(2)$, $H_6 = I \cdot \zeta(6) - J \cdot \zeta(3)$

$I = (1 - \coth \eta) \cos \eta$, $J = \sinh \eta \sin \eta$

$\zeta(1) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ e^{-n\eta} - e^{-n\eta} \frac{\sinh n\eta}{\sinh n\eta} \right\} \sin n\eta$

$\zeta(2) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ e^{-n\eta} (\coth \eta + n) - e^{-n\eta} (\coth \eta + n) \frac{\sinh n\eta}{\sinh n\eta} \right\} \sin n\eta$

$\zeta(3) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ e^{-n\eta} \zeta_2(\eta) - e^{-n\eta} \zeta_2(\eta) \frac{\sinh n\eta}{\sinh n\eta} \right\} \sin n\eta$

$\zeta(4) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ e^{-n\eta} + e^{-n\eta} \frac{\coth n\eta}{\sinh n\eta} \right\} \cos n\eta$

$\zeta(5) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ n e^{-n\eta} (\coth \eta + n) + n e^{-n\eta} (\coth \eta + n) \frac{\coth n\eta}{\sinh n\eta} + e^{-n\eta} \coth^2 \eta \right\} \cos n\eta - \coth^2 \eta$

$\zeta(6) = \sum_{n=1}^{\infty} n \left\{ -n e^{-n\eta} \zeta_2(\eta) - n e^{-n\eta} \zeta_2(\eta) \frac{\coth n\eta}{\sinh n\eta} - 12 e^{-2\eta} \frac{e^{-2\eta}}{(1-e^{-2\eta})^2} \left(2 \frac{1+e^{-2\eta}}{1-e^{-2\eta}} + n \right) \right\} \cos n\eta - 12 e^{-2\eta} \frac{1+e^{-2\eta}}{(1-e^{-2\eta})^2}$

である。またラプラス変換 $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ で表わされるとき Bernoulli の定理は

$$\frac{g_2^2}{2} + \zeta \phi + \frac{p}{\rho} = C \quad \text{ここに } g_2^2 = u^2 + v^2 \quad (10)$$

となる。いま (10) 式において任意の z 点における各項の値とを Suffix 1, 2 で表せば

$$\frac{g_2^2}{2} + \frac{p}{\rho} - (2a + 6by_1) \phi_1 = \frac{g_1^2}{2} + \frac{p}{\rho} - (2a + 6by_2) \phi_2 = C$$

z の点の値として H_0 なる水深における無限遠点の値を用いれば

$$g_2 = u_0 + 2aH_0 + 3bH_0^2$$

$$\phi_2 = u_0 H_0 + aH_0 + bH_0^2$$

$$p_2 = \omega(H - H_0)$$

となり任意点における圧力係数 C_p は

$$C_p = \frac{p - p_2}{\frac{\rho}{2} g_2^2} = 1 - \left(\frac{g_1}{g_2} \right)^2 - 2 \frac{(2a + 6by) \phi - (2a + 6bH_0) \phi_2}{g_2^2}$$

と表わされ円筒表面におけるものは

$$C_s = [C_p]_{r=R} = 1 - \left(\frac{g_1}{g_2} \right)^2_{r=R} - 2 \left[\frac{(2a + 6by) \phi - (2a + 6bH_0) \phi_2}{g_2^2} \right]_{r=R} \quad (11)$$

となる。したがって揚圧力係数 C_L は (11) 式の鉛直成分のみをとれば

$$C_L = \sum C_s \sin \theta \quad (12)$$

と求められる。ここに θ は円筒表面における接線と x 軸となす角である。

図-3 は $Q = 22 \text{ l/s}$ の場合の実験結果より求めた流速分布と予之と水深 $H = 15 \text{ cm}$, 半径 $R = 1.3 \text{ cm}$ の場合の圧力係数ならびに揚圧力係数の計算の一例を図示したものである。図-4 は流速分布と

$$u = 39.6 + 2.71y - 0.045y^2$$

水深 $H = 15 \text{ cm}$ とした場合半径 R を種々変化させて円筒中心の位置 H_0 の変化による圧力係数の変化を図示したものである。

4. 考察

計算結果によれば圧力分布は円筒形断面に対して左右対称となり実験結果とかなりよく一致した分布

をしているが上部および下部付近でともに負の圧力分布を示している。また前面下方において正の圧力分布を示し、実験結果とも同じ傾向となった。背面の実測結果は負の圧力分布を示し計算結果とは全く異なっている。図-4は揚圧力係数と半径 R の関係を図示したもので、半径の増大に伴って圧力係数が大きくなる傾向を示した。また水面付近において圧力係数が負になり、さらに底面付近においても負の圧力係数が表はれることは注目すべきことである。これは掃流力の増加によって砂礫が飛上る現象に疑問をかける結果を示した。

なほこの研究にあたり御指導戴いた徳島大学工学部建設工学科杉尾教授、土木工学科三井助教授ならびに同学部電子計算室の各位に謝意を表します。

参考文献

- 1) 土屋・青山; 掃流砂水きの Successive Saltation の機構について, 土木学会会報 24 回年次学術講演会講演集, P. 213 ~ 216.
- 2) H. Lagally: Z. AMM, 9-4 (1929 ~ 8) P. 299.
- 3) 有江・木谷; 平面境界局の影響と受ける円筒周辺のセシ断流水, 日本機械学会論文集 33-246 (昭 42-2) PP. 243 ~ 248.
- 4) 藤本; 流体力学, P 76.

図-3. 圧力・揚圧力係数計算値

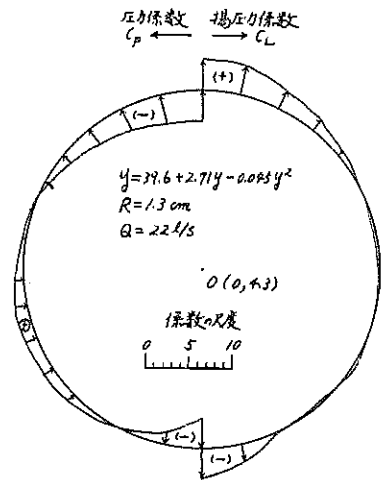


図-4. 揚圧力係数・半径 R と H_0 の関係

