

水平な上下帯水管の間に透水係数の小さい中間層がある場合を対象として、揚水による地下水位の降下量や各層の透水係数の算出方法についての研究には、C. E. Jacob 等による研究¹⁾があり、上層水位を一定とした場合についての解析方法が発表されている。又、揚水中の上層水位と下層水位との間には一次的関係がある場合については、すでに発表²⁾した通りである。このような解析方法では、上下層の水位の関係が問題となるが、中でも両者が一次的関係にあるという仮定は、現地揚水試験により得られた結果に基づくものであって理論的に検討を加えたものではないので、改めて本研究では、揚水中の上層水位と下層水位との関係を、定常状態において理論的に考察した結果について述べる。

図-1において、各層は水平で無限に広がっており、各層厚は一定であるとする。今、下層より流量 Q なる揚水を行ない地下水流が定常状態に達したものと仮定すれば、下層および上層における運動の方程式は、次式で表わされるはずである。

$$Q_r = -2\pi r c k (dh/dr) \quad \dots (1)$$

$$Q_{ur} = -2\pi r (h_u - D) k_u (dh_u/dr) \quad \dots (2)$$

ただし、中間層の透水係数は小さくあり、上層水位は上層内にあるものと仮定する。次に、中間層の漏出量

は、上層水位と下層水位の差に比例し、その流動は鉛直であると仮定すれば、単位面積当りの漏出量 g (座標 r 軸の正方向の流量を正とする) は、次式で与えられる。

$$g = -k' \frac{h_u - h}{C'} = \frac{1}{2\pi r} \frac{dQ_r}{dr} = -\frac{1}{2\pi r} \frac{dQ_{ur}}{dr} \quad \dots (3)$$

ここに、 r : 井戸中心からの距離

h_u, h : 井戸中心から r の位置における上層水位および下層水位

k, k', k_u : 下層、中間層および上層の透水係数

C, C' : 下層および中間層の層厚, $D = C + C'$

Q_r, Q_{ur} : 井戸中心から r の位置における下層および上層の流量
 (座標 r 軸の正方向の流量を正とする)

(1) 式と (3) 式から Q_r を消去すれば (4) 式が得られ、(2) 式と (3) 式から Q_{ur} を消去すれば (5) 式が得られる。

$$\frac{d^2 h}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dh}{dr} - \frac{k'}{C C' k} (h - h_u) = 0 \quad \dots (4)$$

$$(h_u - h) = \frac{C' k_u}{k} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r (h_u - D) \frac{dh_u}{dr} \right\} \quad \dots (5)$$

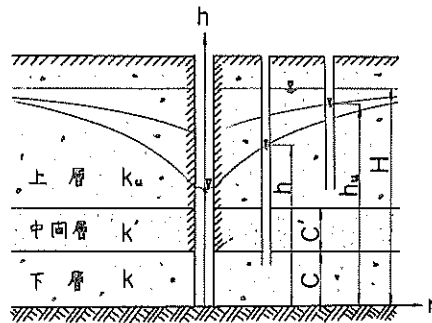


図-1

次に、(4)式と(5)式から $(h_u - h)$ を消去すれば次式となる。

$$(D - h_u) \frac{dh_u}{dr} - \frac{Ck}{k_u} \frac{dh}{dr} = \frac{A}{r} \quad \dots \dots (6)$$

::: A: 定数

(6)式を積分して積分定数をBとおけば次式が得られる。

$$D h_u - \frac{1}{2} h_u^2 - \frac{Ck}{k_u} h = A \log_e r + B \quad \dots \dots (7)$$

(6)式中のAの値は、(6)式に $r = r_0$ (井戸半径)で $(dh_u/dr)_{r=r_0} = 0$ とおくことにより、 $A = (Q/2\pi k_u)$ と定められる。次に、(7)式に $r = R$ (影響圏半径)で $h = h_u = H$ においてBを定めれば、(7)式は次式となる。

$$(h_u - H)D - \frac{1}{2} (h_u^2 - H^2) - \frac{Ck}{k_u} (h - H) = \frac{Q}{2\pi k_u} \log_e \frac{r}{R} \quad \dots \dots (8)$$

この(8)式から、揚水中の上層水位と下層水位との間には、一次的関係は成り立たないということになる。したがって、現地揚水試験の結果による仮定は、地下水位の観測点か、井戸近辺での小範囲であったために、ほぼ直線関係とみなされたのであろう。

今、この(8)式の左辺第3項だけを右辺と等号で結べば、掘抜井戸の式となり、又、左辺第2項だけを右辺と等号で結べば、深井戸の式となる。このことから、(8)式は、掘抜井戸と深井戸の場合を合成した関係を表わしていることになる。

このように、 h と h_u との関係が(8)式で表わされるときは、(4)式の解析解は得られないので、下層および上層の透水係数は(8)式により算出出来ても、中間層の透水係数の値は求められない。したがって、 k は、上層および下層の水面形を描いて、(4)式中の諸量を図上より読み取り代入する方法により求めなければならない。又、もし、上層水位だけが観測されている場合には、(5)式と(7)式より h を消去して得られる次式の諸量を、同様に水面曲線図から求めて代入し、 k 、 k' 、 k_u 、Bを未知数とする方程式を解いて、各層の透水係数を求めることになる。

$$\frac{1}{2} h_u^2 - (D - \frac{Ck}{k_u}) h_u + \frac{Q}{2\pi k_u} \log_e r + B = \frac{Ck'k}{k'} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r(h_u - D) \frac{dh_u}{dr} \right\} \quad \dots (9)$$

いずれの場合も、水面形を描くのに十分な観測点が必要である。

なお、半径1m、中心角30°の水槽を作製し、下層層厚 $C = 15\text{cm}$ 、中間層層厚 $C' = 10\text{cm}$ として室内実験を行ない、(7)式の成立および各層の透水係数の算出方法を確かめたが、ほぼ妥当と思われる結果が得られた。

終りに、本研究を進めていくにあたり、終始懇切丁寧に御指導賜わった広島大学金丸昭治教授に深く謝意を表します。

参考文献

- 1) M. S. Hantush and C. E. Jacob: "Non-steady Radial Flow in an Infinite Leaky Aquifer" Trans. A.G.U. Vol. 36-1. 1955.
- 2) 金丸 昭治, 星 健三, 三島 隆明: "地下水の揚水試験に関する一考察"
第20回土木学会中国四国支部年次講演会, 1968.