

2. -2

斜め吊材をもつ吊橋に関する研究

徳島大学工学部 正員 工博 星 治 雄
徳島大学工学部 正員 工修 〇 春 本 繁

1. 要 旨

本研究は、斜め吊材をもつ吊橋の一解法を提示すると共にその静力学的性質を検討したものである。まず、斜め吊材をもつ吊橋のたわみについての基礎方程式を、エネルギー法により誘導し、この基礎方程式を解析するために当大学の電子計算機TOSBAC-3400を対象としたプログラムを作成した。さらにそれらによって得られた斜め吊材をもつ吊橋の静力学的性質と、弾性理論により求められた鉛直吊材をもつ吊橋の静力学的性質とを比較検討した。

2. エネルギー法による基礎方程式の誘導

(1) 吊橋に生ずる歪エネルギー

補剛桁の鉛直変位を U_s 、ケーブルの鉛直変位を U_c 、水平変位を U_c 、および吊材の伸びを考慮すると吊橋全体に生ずる歪エネルギー式は

$$U = \frac{1}{2} EI \int_0^l \left(\frac{d^2 U_s}{dx^2} \right)^2 dx + E_c F_c \int_0^l \left(\frac{U_c' - y' U_c'}{1 + y'^2} \right)^2 dx + 2 H_w \int_0^l (U_c' + y' U_c') dx + H_w \int_0^l \frac{(U_c' + y' U_c')^2}{1 + y'^2} dx + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2 E_h F_h} (P_L^2 + P_R^2 - 2 P_0^2) \sqrt{h^2(x) + a^2} dx \quad (1)$$

である。

(2) 吊橋のポテンシャルエネルギーの変化

活荷重が、補剛桁に作用する場合のポテンシャルエネルギーの変化について考えると、吊橋のポテンシャルエネルギーの変化は

$$W = \int_0^l g_s U_s dx + \int_0^l G(x) U_s dx + 2 \int_0^l g_c \sqrt{1 + y'^2} \cdot U_c dx \quad (2)$$

となる。

(3) 吊橋の幾何学的条件式

吊橋の幾何学的条件式は、吊橋全体が一体となってスムーズに変形、変位するための拘束条件である。ケーブルの任意の格点 X （この点では左右に吊材が下げられているものとする）における幾何学的条件式を考えると、つぎのようになる。（図-1）

格点の左側の吊材について

$$f_L = U_c^2 + (U_s - U_c)^2 + 2h(x)(U_s - U_c) + 2a \left\{ U_c - (h(x) + U_s - U_c) \frac{dU_s}{dx} \right\} + a^2 \left(\frac{dU_s}{dx} \right)^2 - \frac{2(P_L - P_0)}{E_h F_h} \{ h^2(x) + a^2 \} = 0 \quad (3)$$

格点の右側の吊材について

$$f_R = U_c^2 + (U_s - U_c)^2 + 2h(x)(U_s - U_c) - 2a \left\{ U_c - (h(x) + U_s - U_c) \frac{dU_s}{dx} \right\} + a^2 \left(\frac{dU_s}{dx} \right)^2 - \frac{2(P_R - P_0)}{E_h F_h} \{ h^2(x) + a^2 \} = 0 \quad (4)$$

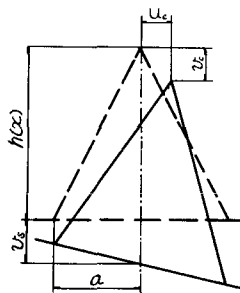


図-1

(4) 吊橋の釣合方程式

式(1)～式(4)を用いて、吊橋のケーブルの格点のエネルギーに関する関数 I を考える。関数 I は Lagrange 乗数 λ_l, λ_r を用いると

$$I = U - W - \sum_{l=1}^{n_l} \lambda_l \cdot f_l - \sum_{r=1}^{n_r} \lambda_r \cdot f_r \quad (5)$$

となる。いま吊橋に活荷重 $G(x)$ が作用し、吊橋全体が釣り合いの状態になったと考え、関数 I は極値をとる。極値をとるための条件式は、変分法により次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial v_s} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial v_s'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial v_s''} \right) &= 0, \quad \frac{\partial F}{\partial v_c} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial v_c'} \right) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial u_c} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial u_c'} \right) &= 0, \quad \frac{\partial F}{\partial P_l} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial P_r} = 0 \end{aligned} \right] \quad (6)$$

但し $I = \int_0^l F dx$ である。

(5) 基礎方程式

式(6)と、式(3)、式(4)を用いて、 P_l, P_r を消去すると、 v_s, v_c, u_c, λ_l 、および λ_r を未知数とする吊橋のためについての基礎方程式ができる。すなわち、次の5式である。

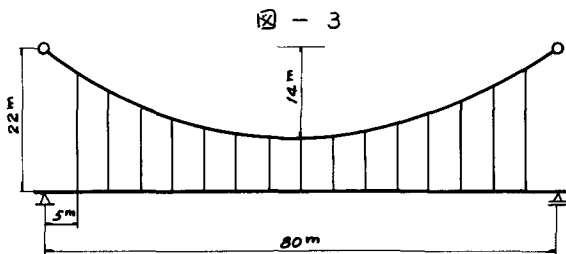
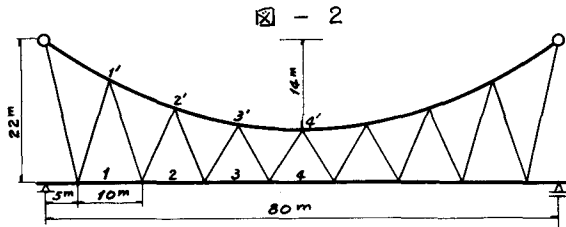
$$\begin{aligned} EI \frac{d^4 v_s}{dx^4} - \frac{d}{dx} [2a(\lambda_l - \lambda_r)(h(x) + v_s - v_c) - 2a^2(\lambda_l + \lambda_r) \frac{dv_s}{dx}] + 2a(\lambda_l + \lambda_r) \frac{dv_s}{dx} \\ - 2(\lambda_l + \lambda_r)(h(x) + v_s - v_c) &= g_s + G(x) \\ 2E_c F_c \frac{d}{dx} \left[\frac{y'(u_c - y'v_c)}{(1+y'^2)^2} \right] - 2H_w \frac{d}{dx} \left[\frac{v_c' + y'u_c'}{1+y'^2} \right] - 2a(\lambda_l - \lambda_r) \frac{dv_s}{dx} \\ + 2(\lambda_l + \lambda_r)(h(x) + v_s - v_c) &= -g_s \\ E_c F_c \frac{d}{dx} \left[\frac{u_c' - y'v_c'}{(1+y'^2)^2} \right] + H_w \frac{d}{dx} \left[\frac{y'(v_c' + y'u_c')}{1+y'^2} \right] + u_c(\lambda_l + \lambda_r) + a(\lambda_l - \lambda_r) &= 0 \\ u_c^2 + (v_s - v_c)^2 + 2h(x)(v_s - v_c) + 2a \left\{ u_c - (h(x) + v_s - v_c) \frac{dv_s}{dx} \right\} \\ + a^2 \left(\frac{dv_s}{dx} \right)^2 + \frac{4\lambda_l \sqrt{h^2(x) + a^2} + 2P_l}{E_n F_h} \{ h^2(x) + a^2 \} &= 0 \\ u_c^2 + (v_s - v_c)^2 + 2h(x)(v_s - v_c) - 2a \left\{ u_c - (h(x) + v_s - v_c) \frac{dv_s}{dx} \right\} \\ + a^2 \left(\frac{dv_s}{dx} \right)^2 + \frac{4\lambda_r \sqrt{h^2(x) + a^2} + 2P_r}{E_n F_h} \{ h^2(x) + a^2 \} &= 0 \end{aligned}$$

3. 数値計算

斜め吊材をもつ吊橋は、図-2で示すような吊橋について、鉛直吊材をもつ吊橋は、図-3で示すような吊橋について、全支間等分布荷重が載荷した場合の数値計算を行ない、斜め吊材をもつ吊橋の静力学的性質と、鉛直吊材をもつ吊橋の静力学的性質とを比較した。

(1) ケーブルの張力

斜め吊材をもつ吊橋のケーブルの張力と、鉛直吊材をもつ吊橋のケーブルの張力とを比較すると表-1の



ようになる。

表-1

格点	斜め吊材をもつ吊橋	鉛直吊材をもつ吊橋	斜め/鉛直
1'	217.09173 ^t	238.72806 ^t	90.94 [%]
2'	195.94005	224.61328	87.23
3'	164.36047	209.54991	78.31
4'	151.93333	193.31633	78.16

(2) 補剛桁の曲げモーメント

斜め吊材をもつ吊橋の補剛桁の曲げモーメントと、鉛直吊材をもつ吊橋の補剛桁の曲げモーメントとを比較すると表-2のようになる。

表-2

格点	斜め吊材をもつ吊橋	鉛直吊材をもつ吊橋	斜め/鉛直
1	36.69211 tm	437.99734 tm	8.37 [%]
2	46.14296	750.85362	6.15
3	81.38708	935.89256	8.70
4	125.38837	1001.13813	12.52

(3) 吊材の張力

斜め吊材をもつ吊橋の吊材の張力と、鉛直吊材をもつ吊橋の吊材の張力とを比較すると表-3のようになる。

表-3

格点	斜め吊材をもつ吊橋	鉛直吊材をもつ吊橋	斜め/鉛直
1'	62.33213 ^t	135.31500 ^t	46.17 [%]
2'	119.36491	135.31500	88.42
3'	187.15975	135.31500	138.64
4'	248.08064	135.31500	183.76

4. 結 言

本研究により得られた結果をまとめるとつぎのようである。

- (1) 補剛桁の曲げモーメントのみを考慮して、吊橋構造を考慮する場合、斜め吊材形式は、鉛直吊材形式に比べて非常に有利な吊材形式であると思われる。
つぎに、等分布荷重を全支間に載荷した場合に対しては、
- (2) ケーブルの張力のみを考慮して、吊橋構造を考慮した場合、斜め吊材形式は、鉛直吊材形式よりやや有利であると思われる。
- (3) 吊材の張力のみを考慮して、吊橋構造を考慮した場合、斜め吊材形式より、鉛直吊材形式のほうがやや有利であると思われる。
- (4) 概括的に、斜め吊材形式の方が有利であると考えられるが、さらに動力学的その他の面から検討したい。