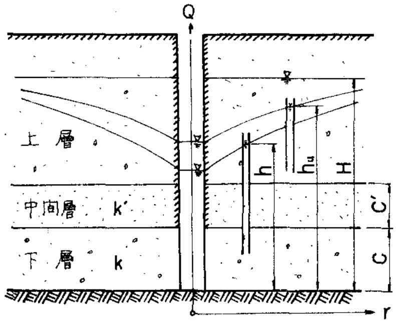
1.-7　　地下水の揚水試験に関する一考察

広島大学工学部　正員　工博　金丸　昭治
山口大学工業短大部　〃　○星　健三
広島大学大学院　学生員　三島　隆明

本研究は、水平な上下帯水層間に透水係数の小さい中間層がある場合を対象として、主として揚水中の上下層間の水の授受を究明しようとするものであるが、ここではとくに現地揚水試験の結果、揚水中の上層水位と下層水位との間には一次的関係があるものと思われるので、この場合の各層透水係数の関係について検討した結果を述べる。

図－1において下層より流量Qなる揚水を行なうとき、上層水位 h_u を一定（＝H）とした場合の地下水位降下量 Δ（＝H－h）についての研究[1]はすでに発表されている。しかし、一般には上層の透水係数が∞か中間層の透水係数が0でない限り上層水位が降下すると考えるのが妥当である。そこで上層水位 h_u を考慮した場合については、



図－1

連続の方程式　$$\frac{\partial Q_r}{\partial r}=2\pi r\left(-S\frac{\partial h}{\partial t}+k'\frac{h_u-h}{C'}\right)\quad\cdots(1)$$

運動の方程式　$$Q_r=-2\pi rCk\frac{\partial h}{\partial r}\quad\cdots(2)$$

が成り立つはずである。ただし、各層は水平で無限に広がっていて、中間層の漏出量は上層水位と下層水位の差に比例しその流動は鉛直であり、各層厚は一定であると仮定する。

（1），（2）式から次式を得る。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}=\frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}-\frac{k'}{T}\frac{(h_u-h)}{C'}\quad\cdots\cdots(3)$$

ここに　t：揚水継続時間，　r：井戸中心からの距離
H：$t=0$ および $r=\infty$ における水位
h_u，h：井戸中心から r の距離における上層水位および下層水位
k，k'：下層および中間層の透水係数
C，C'：下層および中間層の層厚
S：貯溜係数　　T：kC

広島県内のある河川氾濫原における揚水試験の結果、上層水位 h_u と下層水位 h との間には図－2に示すような一次的関係が得られた。この一次式を次のようにおく。

$$h_u=\alpha h+\beta\quad(\alpha,\beta：定数)\quad\cdots\cdots(4)$$

この α については，例えば $\alpha=0$ のときは，上層水位に変化がなく、従って上層透水係数が∞のときか、透水係数が大きく層が非常に厚いとき，および中間層の透水係数が非常に小さい場合であり、$\alpha=1$ というのは，上層と下層の区別がない場合である。従って，ここでは $\alpha\neq 0$ という一般的な場合

について検討することにする。

(4)式を(3)式に代入し

$$\left.\begin{aligned}\frac{k'}{TC'}(1-\alpha) &= \frac{1}{M^2}\\ \frac{k'}{TC'}\beta &= \frac{1}{m}\end{aligned}\right\} \qquad \text{------ (5)}$$

とおくと次式となる。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} - \frac{h}{M^2} = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{1}{m} \qquad \text{--- (6)}$$

ここで、$\frac{M^2}{m} - h = s$ とおくと(6)式は

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r} - \frac{s}{M^2} = \frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t} \qquad \text{---- (7)}$$

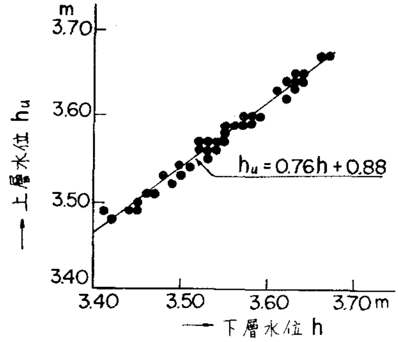


図-2 上層水位と下層水位の関係

となる。一方 $t=0$, および $r=\infty$ で $h_u = h = H$ であるから、(4), (5)式から $\frac{M^2}{m} = H$ となり(7)式は前述の文献1)で上層水位 $H = const.$ として導かれた方程式と同形となり、揚水継続時間 t の長い場合や短い場合についての近似解[1]が得られている。その結果を応用すると、例えば t が短い場合の(7)式の解は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\frac{s}{\left(\frac{Q}{4\pi T}\right)} = {} & I_0\left(\frac{r}{M}\right)\left[-E_i(-u)\right] - e^{-u}\left\{0.5772 + \ln\left(\frac{r^2}{4M^2u}\right)\right.\\ & \left. + \left[-E_i\left(-\frac{r^2}{4M^2u}\right)\right] - \left(\frac{r^2}{4M^2u}\right) + \frac{\left[I_0\left(\frac{r}{M}\right)-1\right]}{u}\right\}\\ & + \left(\frac{e^{-u}}{u^2}\right)\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}\frac{(-1)^{n+m}(n-m+1)!\left(\frac{r^2}{4M^2}\right)^n}{(n+2)!^2\, u^{n-m}} \qquad \text{------ (8)}\end{aligned}$$

ここに　u : $r^2S/4Tt$　，　$E_i(-u)$: 積分指数函数

$I_0\left(\frac{r}{M}\right)$: 0次の第1種の変形されたBessel関数

従ってこの解を満足する u および M から T が決まれば、下層および中間層の透水係数 k と k' が求められるわけである。(なお計算方法については、文献2) p13-21 を参照されたい。) しかし、この計算手順中の $s = H - h$ の値は、上層水位 h_u が降下しているもとに得られた測定値であり、この s を用いて求められた T から k が決まり、M から $M = \sqrt{TC'/k'(1-\alpha)}$ の関係を満足する k' が決定されることを指摘しておく。このようにして、上中下の各層の透水係数が求まれば、各層間の水の授受をいろいろな条件のもとで推定することができる。

参考文献

1) M. S. Hantush and C. E. Jacob :「Non-steady Radial Flow in an Infinite Leaky Aquifer」 Trans. A.G.U. Vol. 36 No.1

2) V. T. Chow :「Handbook of Applied Hydrology」 McGraw Hill.

3) 石原, 本間編 :「応用水理学上」