

衝撃を受けた片持ちばりの塑性変形について

山口大学工学部 正 員 最上 幸夫

山口大学大学院 学生員 〇木本 満

1. 緒言

交通事故の鑑定などにおいて交通施設、たとえばガードレールに車両が衝突して施設に塑性変形を生じた状態から逆にそのとき車両のもっていた運動のエネルギーを推定し、これから車両の速度を求める必要がある場合にふくむことがしばしばある。しかしながらこのような問題は一般にきわめて複雑な現象であるから、これを正確に求めることはほとんど不可能に近いと思われるが、少なくともかなりの精度で推定できれば、交通事故の解明に役立つものと考えられる。このような見地から問題解決の第一歩として、きわめて基本的な2, 3のほりがかなり大きい集中衝撃をうけて塑性変形を生ずる状態について室内のモデル実験を行い、これについて解析を進め、かなり良好な結果をえたが、本文ではこのうち最も基本的な片持ちばりの場合について報告する。

2. 実験の概要とその解析

2.1 実験の概要

室内のモデル実験を実施したが、その要領はおおよそ次の通りである。片持ちばりとしては、正方形断面の $9.5 \times 9.5 \text{ cm}$ の鉄材を使用し、片持ちばりのスパンとしては、10, 15, 20 cmの3種とし、片持ちばりの先端に加える衝撃として鉄製のおもり5, 10, 15 kgの3種を高さ10~60 cm(10 cmごと)から自然落下させて、そのとき生じた塑性変形の状態をしらべた。同一の状態の場合について各3回の実験を行ない、一応その平均値を用いて実験結果の整理を行なった。ただし実験中とくに著しく測定値が異なった場合は実験が不正確なものとして除外した。かくしてえた実験結果の一例を図示するとFig. 1のごとくである。

2.2 実験結果の解析

このような場合について従来行なわれている解析法¹⁾を用いて計算を行ってみると、実験値と計算値との食い違いは相当大きく、ひずみ速度の影響を考慮しない場合の計算式では約2倍近く大きい値となり、又ひずみ速度の影響を考慮した計算式を適用した場合でも約30%程度大きい値がえられた。そこで著者らは従来方法を修正し、いくつかの簡単な仮定を設けることによって、運動量のモーメントに関する式のみを用いて解析を行なった。もちろんこの場合も曲率速度を導入した場合の解法(後述の解法2)では必ずしも計算は簡単とはいえないが、少なくとも従来方法によるものよりは、はるかに簡単に扱うことができる。解析を行なうに当たって設けた仮定は

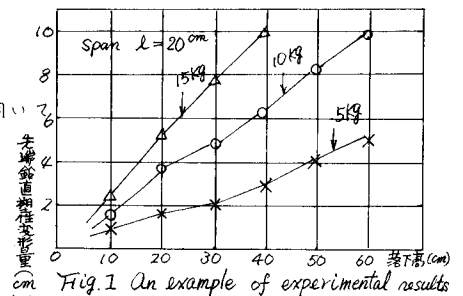


Fig. 1 An example of experimental results

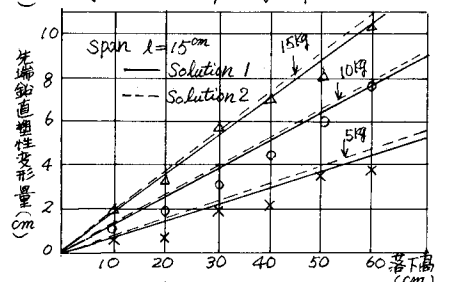


Fig. 4 Relationship between measured values and calculated ones

つぎのとおりである。

(1) はりが塑性変形を生ずる状態では、衝撃体の質量は塑性変形が生ずる時間がかなり微小時間であることを考慮し、かつ塑性変形状態では、はりの弾性は無視できるものとして、その間はりの先端に附着するものと仮定する。

(2) 本実験の場合、はりの質量は衝撃体の質量にくらべてはるかに小さいので、落体がはりの先端に衝突した瞬間のはり先端の初速度は落体の衝突時における速度に等しい。

(3) 実験に用いたはり鉄材であるから、ひずみ速度の影響をうけ、一般に動的全塑性モーメントは静的全塑性モーメントよりかなり大きい値をとるものと仮定する。(詳細については後述する)

以上の仮定にもとづいて解析を行なったのであるが、これについては2つの方法が考えられたのでその各々について述べることにする。

2.3 解法1(彎曲部の曲率を無視した場合)

この方法は従来のひずみ速度の影響を考慮しない方法をそのまま採用して、単に静的全塑性モーメント M_0 の代わりに、ひずみ速度の影響をうける材料に対しては動的全塑性モーメント M_d を用い、かつ $M_d = 2M_0$ と仮定する方法である

すなわち Fig.2 を参照すると、縦軸に示す M_B は Fig.3 に示すごとく、片持はり先端に衝撃 I をうけた瞬間からはりの塑性変形が停止するまでの時間

t_f における固定端モーメントの大きさを表わし、ひずみ速度の影響を考へない場合は Fig.2 に示す①の直線のように $M_B = M_0$ (一定) となるが、鉄材のようにひずみ速度の影響をうける材料では、前項の仮定(3)に述べたごとく、衝撃時の動的全塑性モーメントは一般に静的全塑性モーメント M_0 よりもかなり大きい値をとることは明らかであり、そのため衝撃時における M_B の $t=0 \sim t_f$ での変化は Fig.2 の④に示すような曲線を示すものと考えられる $t=t_f$ で塑性変形が停止したとき、 $M_B = M_0$ となるはずである。しかしこのような複雑な曲線④を用いることは計算をいたさらに煩雑なものとするから近似的にはこの曲線とほぼ等面積となる矩形、すなわち Fig.2 の②のような $M_B = 2M_0$ (一定) と仮定するか、または同図③のような台形、すなわち $t=0$ で $M_B = 3M_0$ 、 $t=t_f$

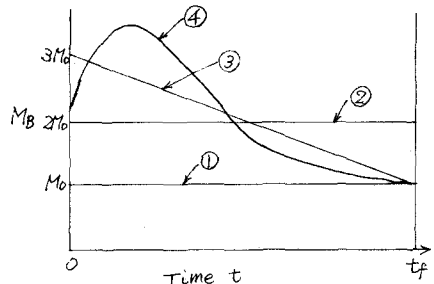


Fig.2 Time change of M_B

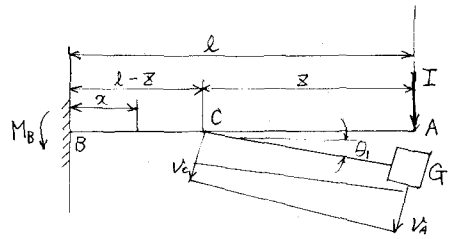


Fig.3 Explained figure of plastic deformation

で $M_B = M_0$ 、その間は直線の変化と仮定するか2つが考えられる。解法1では前者すなわち $M_B = 2M_0$ を仮定することにする。したがってこの仮定を採用すると、従来のひずみ速度の影響を考慮しない取り扱い方による算式において M_0 の代りに単に $2M_0$ を代入することによって塑性変形を計算することができることになる。それゆえ次式が成立する²⁾。

$$t_f = \frac{Il}{2M_0} \quad (1) \quad \theta_f = \frac{2+3K}{3(1+2K)^2} \frac{I^2}{M_0 l m} \quad (2)$$

ここに t_f : 衝撃瞬間から塑性変形が停止するまでの時間, I : はり先端に作用する衝撃量, l : 片持ちばりのスパン, M_0 : はりの静的全塑性モーメント, $K = G/ml$ (G : 衝撃体の質量, m : はりの単位長さ当り質量), θ_f : 塑性変形が停止したときのはりの固定端における全回転角. したがってはりの先端の鉛直塑性たわみ δ_A は $\delta_A = l \sin \theta_f$ (3) として求められる. 本式による計算結果は解法2による計算結果および実験値とともに Fig. 4 に示してある.

2.4 解法2 (彎曲部の曲率を考慮した場合)

この方法は M_B の変化を前述の台形と仮定し, かつ固定端における曲率速度を考慮したものでこの場合は単に運動量のモーメント式のみによって塑性変形を求めることができる. Fig. 3 を参照して運動量に関するモーメント式を立てると, つぎのようになる

$$I l - \int_0^t M_B dt = \int_0^{l-z} m v(x) x dx + m (v_c z (l-z/2) + \frac{1}{2} (v_A - v_c) z (l-z/3)) + G l v_A \quad (4)$$

ここに $v(x)$: 固定端より x の断面におけるはりの回転速度, z : 移動回転中心の先端からの位置

ここで前述の仮定により $M_B = M_0 (3-2z/l)$ (5) また固定端における曲率速度を $\dot{K}_0$ とすれば

$\dot{K}_0 = B (M_B / M_0 - 1)^P$ (6) ただし B, P は定数, $\dot{K}_0$ を用いるとつぎの諸式が導かれる.

$$\dot{\theta}(x) = \frac{\dot{K}_0}{P+1} (l-z) \left\{ 1 - \left(1 - \frac{x}{l-z} \right)^{P+1} \right\} \quad (7) \quad \dot{\theta}(x): \text{固定端より } x \text{ の断面における角速度}$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\dot{K}_0}{P+1} (l-z) \quad (8) \quad \dot{\theta}_1: \text{Fig. 3 に示す } CA \text{ 部分の角速度, また式(4)に示す } v(x), v_c, v_A \text{ は}$$

$$v(x) = \frac{\dot{K}_0 (l-z)}{P+1} \left\{ x + \frac{l-z}{P+2} \left(1 - \frac{x}{l-z} \right)^{P+2} - \frac{l-z}{P+2} \right\} \quad (9) \quad v_c = \frac{\dot{K}_0}{P+2} (l-z)^2 \quad (10)$$

$$v_A = \frac{\dot{K}_0}{P+2} (l-z) \left(l + \frac{z}{P+1} \right) \quad (11)$$

また解析に当たって設けた仮定(2)を用いると式(5), (6), (11)より

$$\dot{K}_0 = \frac{v_0 (P+2)}{l^2} \left(1 - \frac{z}{l} \right)^P \quad (12) \quad v_0: \text{衝撃瞬間におけるはり先端の初速度, 式(5), (9), (11)を式(4)に代}$$

$$\begin{aligned} I - \frac{M_0}{l} \int_0^t (3-2z/l) dt &= \frac{m K_0 (l-z)^4}{(P+1)l} \left\{ \frac{1}{3} + \frac{1}{(P+2)(P+3)(P+4)} - \frac{1}{2(P+2)} \right\} \\ &+ \frac{m K_0 z (l-z)}{l} \left\{ \frac{(l-z)(l-z/2)}{P+2} + \frac{z(l-z/2)}{2(P+1)} \right\} + G \frac{\dot{K}_0 (l-z)}{P+2} \left(l + \frac{z}{P+1} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

ここで近似的に $P=3$ と仮定すれば上式は次のようになる.

$$I - \frac{M_0}{l} \int_0^t (3-2z/l) dt = \frac{5v_0}{l^2} \left(1 - \frac{z}{l} \right)^3 \left\{ \frac{m(l-z)^4}{4l} \times 0.2381 + \frac{mz(l-z)}{l} \left\{ \frac{(l-z)(l-z/2)}{5} + \frac{z(l-z/2)}{8} \right\} \right. \\ \left. + G(l-z)(l+z/4)/5 \right\} \quad (14)$$

$$\theta_f = \frac{5v_0}{4l} \int_0^{t_f} \left(1 - \frac{z}{l} \right)^4 dt \quad (15) \quad \delta_A = l \sin \theta_f \quad (16) \quad \theta_f: \text{塑性変形完了時全回転角}$$

また固定端付近における固定端より x の断面の鉛直塑性たわみ $\delta(x)$ は次式より計算される.

$$\delta(x) = \frac{5v_0}{4l} \int_0^{t_f} \left[\left(1 - \frac{z}{l} \right)^4 \left\{ x + \frac{l-z}{5} \left(1 - \frac{x}{l-z} \right)^5 - \frac{l-z}{5} \right\} \times \cos \left\{ \frac{5v_0}{4l} \int_0^t \left(1 - \frac{z}{l} \right)^4 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{x}{l-z} \right)^4 \right\} dt \right\} \right] dt \quad (17)$$

式(15)および式(17)の積分は各時刻における z の値を式(14)より求めその値を用いて数値積分すれば求まる.

以上述べた解法1, および2, による計算値ならびに実験値を示すと Fig. 4 のようになる.

3. 結言

鉄材料すなわちひずみ速度の影響をうける材料を用い集中衝撃が作用した場合の塑性変形についてモデル実験を行いその結果を検討したところ従来の計算法ではかなり不満足, ここで2つの近似的な解法を提案した, この解法は少なくとも実験の範囲ではまわめてよい一致を示すことが確かめられた

参考文献 ^{1), 2)} S. R. Bondner, P. S. Symonds: Experimental and Theoretical Investigation of the Plastic Deformation of Cantilever Beams subjected to Impulsive Loading, Jour. of Appl. Mech., 29, 719 (1962)