変断面単純支持ばりの動的等価法について

山口大学工学部　正員　中川建治
学生　浜田純夫
○　学生　荒尾征士

1

電子計算機の発達した今日では，煩雑な計算でもほとんどのものが容易に処理し得る。したがって，計算尺や卓上計算器による近似計算法の意義は薄くなってきたように思われる。構造物の設計計算においては，最終設計の計算や比較設計のような計算は電子計算機を有効に利用するべきことは，いまさら断るまでもない。しかし，近似計算法は設計計画や予備計算の段階で依然として有効である。

ここでは，変断面単純支持ばりを等断面ばりに換算して動的性状の近似値を把握しようとする場合の等価方法に一つの提案を行なうものである。

2

構造物をN自由度の振動系とみなすと，それぞれのモードの振動周期 T_i が決定するが，T_i と静的なタワミの影響係数とは，つぎの関係が成立する。

$$\Gamma_N = \sum_1^N T_i^2 = 4\pi^2 \sum_1^N m_i w_{ii} \qquad \cdots\cdots (1)$$

$$\Gamma_\infty = \sum_1^\infty T_i^2 = 4\pi^2 \int \rho(x) w(x,x)\, dx \qquad \cdots\cdots (2)$$

ここで，m_i；質点 i の集中質量（回転振動の場合は回転慣性）

$\rho(x)$；無限自由度とした場合の点 x における単位長さ当りの質量

$w(x,x)$, w_{ii}；自由度方向へ $P=1$ という荷重を作用させたときの載荷点載荷方向たわみ，

とする。構造物の断面が変化すると T_i はすべて変化する。この T_i の変動を追跡することは非常に困難で，電子計算機によって固有値解析をするにも長時間を必要とする。

近似計算であるから計算尺で予測することを目的とするなら，式(1)，式(2)に着目して，あらかじめ T_i の計算されている等断面構造物へ置換することが考えられよう。

すなわち，構造物としては単純支持ばりを想定して，変断面単純支持ばりを，$\Gamma = const$ という条件（式(1)あるいは式(2)によって求められる条件）のもとに等断面ばりへ置換するのである。

$\Gamma = constant$ という条件を採用する理由として次のものを挙げる。

1° w_{ii}，$w(x,x)$ は静的たわみの影響線より求めるものであるから，固有値計算より容易である。

2° 断面変化にともなう T_i の変化は，大きいもの程，すなわち，基本振動に近いもの程変化が大きいと思われる。したがって $\sum T_i^2 = const.$ とすれば，動的解析でより重要な要素となる低次振動周期に主眼を置いたことになる。

3° 高次の周期が変化してもΓに対して占める比率は少ない。重要さは高次程減少することに一致している。

図-1に示すような変断面ばりのΓを一定に保ったまま等断面ばりへ換算する場合に，いかなる断面をもって等断面ばりを設定すればよいかを計算して表Iのような結果を得た。すなわち，Γを一定にして等断面梁を設定するには，表-Iのような断面を採用すればよいということである。

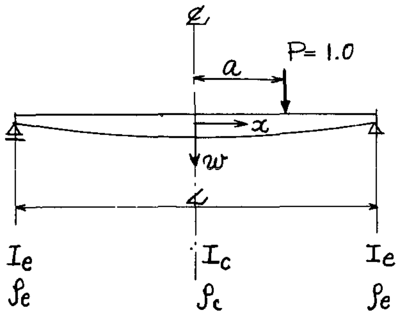
$$\Gamma=\frac{8\rho_c}{3EI_c}\left(\frac{L}{2}\right)^4\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{\beta^{\mu n}}{(\mu n+1)(\mu n+2)(\mu n+3)}\left(\frac{L}{2}\right)^{\mu n}\left\{1-\frac{3(\nu+2)}{2(\nu+1)(\nu+3)}\left(\frac{\gamma l}{2}\right)^{\nu}\right\}\right. \tag{3}$$

$$\left.+\frac{3}{4}\frac{1}{(\mu n+2)(\mu n+3)}\left(\frac{\beta L}{2}\right)^{\mu n}\left\{\frac{1}{(\mu n+1)}-\frac{1}{(\mu n+5)}+\frac{\mu n+3}{(\mu n+1)(\mu n+2+\nu)}\left(\frac{\gamma L}{2}\right)^{\nu}-\frac{(\mu n+5)}{(\mu n+5)(\mu n+5+\nu)}\left(\frac{\gamma L}{2}\right)^{\nu}\right\}\right]$$

表-Iの値は，式(3)の第1近似値である。第1近似値がどれ程の近似値を与えるかについて比較したのが図-2である。変断面ばりの基本振動周期T_1がどのように変化するかについて，エネルギー法に基づいて計算した村上氏の計算例[1)]と比較した。一方はΓを一定にしたもの，他方はエネルギー法で直接求めたものであり，観点が異なっているに拘わらず，近似計算としては充分なものであることを示している。

1) 村上永一；動力式による変断面桁の固有振動数を求める計算法，土木研究所報告第65号 昭和17年3月 pp.1～14.

図-1　変断面ばり



$$I(x)=I_c(1-\beta|x|^{\mu})$$
$$\rho(x)=\rho_c(1-\gamma|x|^{\nu})$$

表-I　Γ=一定とした場合に採用するべき換算等価断面

ν or μ	換算2次モーメント $I=$	換算単位長さ質量 $\rho=$
1	$I_c\{1-\frac{5}{32}\beta L\}$	$\rho_c\{1-\frac{5}{32}\gamma L\}$
2	$I_c\{1-(\frac{1}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\beta L}{2})^2\}$	$\rho_c\{1-(\frac{1}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\gamma L}{2})^2\}$
3	$I_c\{1-(\frac{3\sqrt{5}}{4}\cdot\frac{\beta L}{2})^3\}$	$\rho_c\{1-(\frac{3\sqrt{5}}{4}\cdot\frac{\gamma L}{2})^3\}$
4	$I_c\{1-(\frac{1}{\sqrt[4]{21}}\cdot\frac{\beta L}{2})^4\}$	$\rho_c\{1-(\frac{1}{\sqrt[4]{21}}\cdot\frac{\gamma L}{2})^4\}$
5	$I_c\{1-(\frac{1}{2}\times\frac{\beta L}{2})^5\}$	$\rho_c\{1-(\frac{1}{2}\cdot\frac{\gamma L}{2})^5\}$

図-2　$T_1=k\frac{\pi^2}{L^2}\sqrt{\frac{EI_cg}{\rho_c}}$ における k