

3径間連続梁の固有値の変動について

山口大学工学部 正員 中川建治

○ 学生 田中達也

1.

3径間連続梁の断面比とスパン比を変化させた場合、固有値がどのように変化するかについて、近似算法によって解析した。形状を種々に変化させて固有値計算を行なうのが理想的であるが、固有値計算は電子計算機と言えども、非常に時間を要するので、固有値の逆数之和に相当する振動周期 T_i の自乗和を Γ として、 Γ の変化で論じた。

図-1に示すような対称な3スパン連続梁で断面二次モーメント、断面積、および、スパン長をそれぞれセニタースパンの値を規準として、サイドスパンの幅を $k\ell$, a , ℓ , として変化させた。ただし、スパン長については全体の長さ L が一定になるように ℓ を変化させた場合には L_c も変化させて $L = L_c(1+2\ell) = \text{一定}$ となるようにした。

自由振動周期 T_i の自乗和 Γ の計算方法は、次の式による。

$$\Gamma = 4\pi^2 \int p(x) w(x) dx = \sum_{i=1}^{\infty} T_i^2 \quad \text{--- (1)}$$

ここで $p(x)$ は単位長さ当りの質量であり、 $w(x)$ は構造物の点 x における自由度方向へ $P=1$ という荷重を作用させたときの載荷方向にわみを表す。

2

振動は横振動のみを考慮して、軸方向(縦)振動と同軸振動は無視する。横振動の自由振動周期の自乗和 Γ は、図-1の連続梁についてはつぎのようになる。

$$\text{サイドスパン } w(x) = \frac{Px^2(L_c - x)^2}{3LkEI_cL_c} - \frac{P(k+\ell)}{3(3k+2\ell)(k+2\ell)k} x^2(\ell L_c^2 - x^2) \frac{1}{\ell^3 L_c^3 EI_c} \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{セニタースパン } w(x) = \frac{Px^2(L_c - x)^2}{3EI_cL_c} - \frac{Pkx^2(L_c - x)^2}{3(3k+2\ell)(k+2\ell)\ell} \{ (3k+5\ell)L_c^2 - (3k+2\ell)xL_c + (3k+2\ell)x^2 \} \frac{1}{EI_cL_c^3} \quad \text{--- (3)}$$

$$\Gamma = \frac{4a(21k^2 + 40k\ell + 12\ell^2)L_c^4 + K(7k^2 + 48\ell k + 56\ell^2)}{14 \times 90K(3k+2\ell)(k+2\ell)(1+2\ell)^4} \times \frac{4\pi^2 L^4}{EI_c} p_c \quad \text{--- (4)}$$

固有周期それぞれの変化を求める代りに Γ の変化をもつて論ずるのは、断面形状が多少変化しても式(4)の値は比較的簡単に求められることである。その理由は、振動解析で最も重要な低次振動モード T_i が大きくなり Γ を最小にするということは低次振動の T_i の変化が最も大きく制約されると思われることによる。

図-2はスパンの比 ℓ が変化する場合の Γ の変化を示したものである。 k の値が変化することによって Γ が最小になる ℓ_{min} が小さくなっていることがわかる。

図-3は、 T を最小にするようなスパン比 l_{min} のみに着目して、面積比 A が変化するにつれて l_{min} がどのようになるかを示したものである。非常に興味ある関係が現れた。 A が多少変化しても T を最小にする l_{min} がほとんど変化しないが、特定の A の点で急激に l_{min} が変化して、ほとんど不連続点であると表現してもよいような関係である。この現象の分析は本に添付一紙不十分であって判断に迷っている次第である。 A の増加を 0.01 以下にして不連続点附近の解明を行なっているのを詳しくは講演当日発表したい。 A を一定にして、 l が変化した場合の l_{min} の曲線についても、図-3と相対応するような現象が現れている。図-2の曲線のみならず連続関係を示して、 l_{min} がほとんど階段状の変化を示すことは特異な現象ではなからうか。

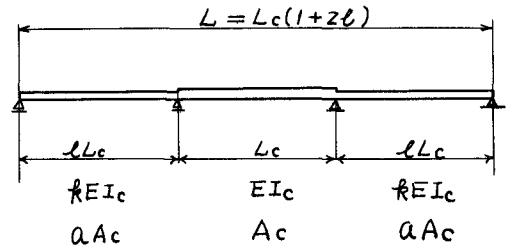


図-1

