

1. まえがき

主桁と横桁とが直交した、いわゆる直格子桁の曲げ振動に関する研究はかなり進んでいるが、簡略で実用的な計算方法はまだ示されていないように見受けられる。この報告では、格子桁の横桁の影響を質量とあるバネ定数を有するバネとに換算し、それらを各々切り離された主桁一本づつに作用せしめた。すなわち主桁からなる単純梁の中間に集中質量と弾性支承とを有する弾性支承梁の固有振動数が、どの主桁についても等しいという条件から格子桁の固有振動数を求め、簡単な模型に対する実験結果と本方法による計算結果との比較などについて紹介する。

2. 弾性支承梁の固有振動数

図1のような、全質量 m_0 の梁に、それぞれ集中質量が $m_1, m_2, \dots, m_n, \dots, m_m$ で、バネ定数が、 $k_1, k_2, \dots, k_n, \dots, k_m$ なる中間弾性支承を有する梁の固有振動数を計算する。

q_j ($j=1, 2, \dots$) を一般座標とすると、運動エネルギー T 及び位置エネルギー V は、

$$T = \frac{m_0}{4} \sum_{j=1}^{\infty} \dot{q}_j^2 \quad (1)$$

$$V = \frac{EI_0 \pi^4}{4 l_0} \sum_{j=1}^{\infty} j^4 q_j^2 \quad (2)$$

集中質量 m_n の存在する点 x_n における変位を Y_n とすると、

$$Y_n = \sum_{j=1}^{\infty} q_j \sin \frac{j\pi x_n}{l_0} \quad (3)$$

集中質量及びバネの梁に及ぼす全圧力を R とし、 R に対する Lagrange の運動方程式における一般力 Q_j は、

$$Q_j = \sum_{n=1}^m Q_{jn} = \sum_{n=1}^m R_n \sin \frac{j\pi x_n}{l_0} \quad (4)$$

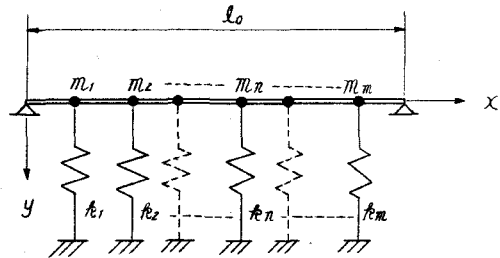
しかるに一方質量 m_n の運動方程式は、

$$m_n \frac{d^2 Y_n}{dt^2} = -R_n - k_n Y_n \quad (5)$$

式(4)及び(5)から R_n を消去し、 Q_j を Lagrange の運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial V}{\partial q_j} + Q_j \quad (6)$$

に代入すると、



(はりの全質量 m_0 , 曲げ剛性 EI_0)

図 1. 弾性支承梁

$$\frac{m_0}{4} \frac{d}{dt} 2\ddot{g}_j - \frac{EI_0 \pi^4}{4 l_0^3} j^4 \cdot 2g_j + \sum_{n=1}^{\infty} (-m_n \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{g}_i \sin \frac{i\pi X_n}{l_0} - k_n \sum_{i=1}^{\infty} g_i \sin \frac{i\pi X_n}{l_0}) \sin \frac{j\pi X_n}{l_0} \quad (7)$$

ここに、 $g_2, g_3, \dots$ は g_1 に比して、ほぼ $(\frac{1}{2})^4, (\frac{1}{3})^4$ で減少して行くものと考えられるから、近似的に $g_2 = g_3 = \dots = 0$ とおく。¹⁾

式(7)は簡単になって、

$$\ddot{g}_j = -\frac{EI_0 \pi^4}{m_0 l_0^3} j^4 \cdot g_j + \frac{2}{m_0} \sum_{n=1}^{\infty} (-m_n \ddot{g}_1 \sin \frac{\pi X_n}{l_0} - k_n g_1 \sin \frac{\pi X_n}{l_0}) \sin \frac{j\pi X_n}{l_0} \quad (8)$$

これが求める j 次の振動数方程式である。

ここで、

$$g_j = w_j \sin n V t \quad (9)$$

と仮定すると、式(8)は、

$$\begin{aligned} -V^2 w_j \sin n V t = & -\frac{EI_0 \pi^4}{m_0 l_0^3} j^4 w_j \sin n V t + \frac{2}{m} \sum_{n=1}^{\infty} (m_n \cdot w_1 \cdot V^2 \sin n V t \sin \frac{\pi X_n}{l_0} \\ & - k_n \cdot w_1 \sin n V t \sin \frac{\pi X_n}{l_0}) \sin \frac{j\pi X_n}{l_0} \end{aligned} \quad (10)$$

更に式(10)は一次の振動に対しては、

$$-V^2 = -\frac{EI_0 \pi^4}{m_0 l_0^3} + \frac{2}{m_0} \sum_{n=1}^{\infty} (m_n \cdot V^2 \sin \frac{\pi X_n}{l_0} - k_n \sin \frac{\pi X_n}{l_0}) \sin \frac{\pi X_n}{l_0} \quad (11)$$

よって一次の固有振動数 V は

$$V = \sqrt{\frac{\frac{EI_0 \pi^4}{m_0 l_0^3} - \frac{2}{m_0} \sum_{n=1}^{\infty} k_n \sin \frac{\pi X_n}{l_0}}{1 + \frac{2}{m_0} \sum_{n=1}^{\infty} m_n \sin^2 \frac{\pi X_n}{l_0}}} \quad (12)$$

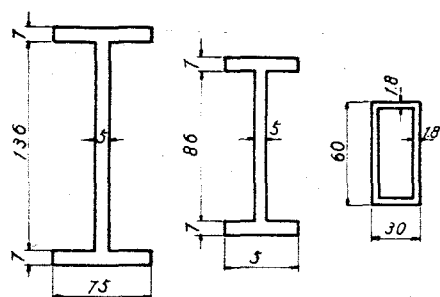
によって与えられる。

3. パネ常数 k_n , 集中質量 m_n 及び格子桁の固有振動数 V の決定

格子桁の各主桁のスパン中央の振動モードの縦距の比は、格子桁の各自重によるタワミの主桁スパン中央の縦距の比に等しいと仮定し、横桁の質量の各主桁への配分は、撓角法における荷重項を用い各主桁における固有振動数を全て等しいとおき、 V を決定する。上記荷重項及び自重によるタワミは静定構造を解析することによっても直接求められるが、近似的には、図表によって簡単に行うことができる。²⁾

4. 実験模型の概要

実験に採用した模型は、図-2に示す断面諸元を有するグループ及び図-3に示す断面諸元を有するグループの2つのグループについてそれぞれ横桁数、横桁断面、主桁間隔を変えた場合について実験を行った。ただし、主桁数3本以下、横桁数3本以下の格子桁を実験の対象とし、電気抵抗線歪測定用ゲージ、動歪計、及び電磁オシロを用いて測定した。



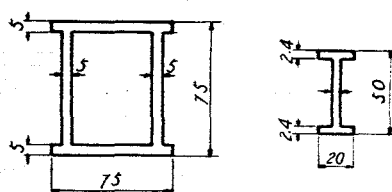
(a) 主桁断面

(b) 横桁断面

	$F(\text{cm}^2)$	$I(\text{cm}^4)$	$J(\text{cm}^4)$
主桁	17.30	642.0	2282
横桁 I	13.29	218.6	—
横桁 II	3.110	14.53	—

主桁長(cm)	主桁間隔(cm)
360	120 60 30

図-2 グループ(1)



(a) 主桁断面

(b) 横桁断面

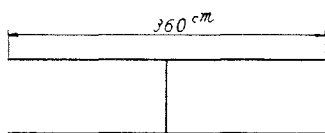
	$F(\text{cm}^2)$	$I(\text{cm}^4)$	$J(\text{cm}^4)$
主桁	14.00	250.1	158.0
横桁	1.92	5.60	—

主桁長(cm)	主桁間隔(cm)
480	96 48 18

図-3 グループ(ロ)

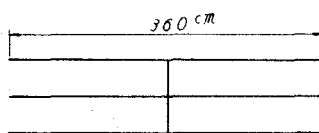
5. 実験値と計算値との比較

ここでは、グループ(1)横桁断面を(I)として、図-4、及び図-5に示すような二主桁一横桁、及び三主桁一横桁で主桁間隔を変化させた場合の一次の毎秒固有振動数($n = \frac{\sqrt{2}\pi}{2\pi}$)を示す。



主桁間隔(cm)	120	60	30	0
実験値	35.2	35.3	35.4	37.0
本方法による計算値	33.7	35.6	36.7	37.8
振動変形法による計算値	33.7	35.6	36.6	37.8

図-4



主桁間隔(cm)	120	60	30	0
実験値	33.0	34.9	36.3	37.0
本方法による計算値	32.3	34.8	35.3	37.8
振動変形法による計算値	—	—	—	37.0

図-5

6. むすび

本方法は、二 三の仮定に基づいて誘導せられた式を使用するのであるが、かなり簡単な計算で、ほぼ満足し得る結果が得られたものと思われる。本方法によっても、主桁数または横桁数が多くなると計算にかなり労力を要するので、その場合に対する簡略計算法等については講演会当日説明する。

7. 参考文献

1) 三瀬幸三郎 “走行荷重に因る橋桁の強制振動論”

昭和17年10月3日

国井修二郎

2) 星 治雄 “桁橋の変形及び応力の解析とその適用に関する研究” 昭和34年9月

3) 児嶋 弘行 “振動変形法による格子桁の計算法ならびに模型実験について”

星 治雄

昭和40年5月 第20回年次学術講演会