

## 非扇形曲リトラスの近似解法

九州大学 正夏村上 正  
山口大学 会田忠義

1. 説明 = 2つある非扇形曲リトラスを(1)水平アーチと下構構(土槽構)とよぶ。上下に水平か一横構を有する)をもと、外側構が半径方向に存在する曲リトラスで、平面形如図-2のように扇形ではなく外側主ト拉斯と内側内側主ト拉斯の端のハーネルが除去された形で(左)を示す。

今、これが一般的な荷重が作用するときの応力解析法を考察する。解析に当って、ト拉斯の節長は平面ト拉斯と同様、完全な正二辺形と仮定する。解析順序は扇形曲リトラスと同様で、曲リトラスの外側主ト拉斯と内側主ト拉斯を離れて、外側主ト拉斯の搭長 $m'$ および内側主ト拉斯の搭長 $m'$ における荷重力を求めて $\Delta Q'_m$ 、 $\Delta Q'_m$ とし、これを求めよ。

(1) まず最初に右主ト拉斯を直線に伸ばすト拉斯を想定し、この直線中荷重 $(-2Q'_m, -2Q'_m)$ を作用させたト拉斯の曲面力を求めよ。 $Q'_m$ 、 $Q'_m$ の求め方程式の説明もあれば基本式は扇形曲リトラスと同様、次第に述べよ。

$$2Q'_m - 2\cos \theta Q'_m + 2Q'_m = B_m \quad \dots (1)$$

$$2Q'_m - 2\cos \theta Q'_m + 2Q'_m = B'_m \quad \dots (2)$$

$$\therefore \theta = 0^\circ, \quad B_m = P_{m+1} + 2P_m - P_{m-1} - (P_m + P'_m) \frac{M}{b^2} + \tan \theta_0 (R_m T_{m+1} - 2R_m T_{m+1} + R_m T_{m-1}) \\ - \tan \theta_0 \tan \theta_0 (R_m T_{m+1} - R_m T_{m-1}).$$

$$B'_m = P'_m + 2P'_m - P'_{m+1} + (P_m + P'_m) \frac{M}{b^2} - \tan \theta_0 (R_m T_{m+1} - 2R_m T_{m+1} + R_m T_{m-1}) \\ + \tan \theta_0 \tan \theta_0 (R_m T_{m+1} - R_m T_{m-1}).$$

上の基本式を右Type Aから右Type Dの各搭長に適用すれば、右 $\Delta Q'_m$ 、 $\Delta Q'_m$ が得られる。

(a) Type A.

$$\begin{bmatrix} 2\cos \theta & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & -2\cos \theta & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2\cos \theta & \cdots & : & : \\ : & : & : & \ddots & & \\ 0 & \cdots & -2\cos \theta & 1 & \left[ \begin{array}{c} \Delta Q_1, \Delta Q'_1 \\ \Delta Q_2, \Delta Q'_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2}, \Delta Q'_{n-2} \\ \Delta Q_{n-1}, \Delta Q'_{n-1} \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} B_1, B'_1 \\ B_2, B'_2 \\ \vdots \\ B_{n-2}, B'_{n-2} \\ B_{n-1}, B'_{n-1} \end{array} \right] \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c} B_1, B'_1 \\ B_2, B'_2 \\ \vdots \\ B_{n-2}, B'_{n-2} \\ B_{n-1}, B'_{n-1} \end{array} \right] \quad \dots (3)$$

(b) Type B

$$X \begin{pmatrix} \Delta Q_1, \Delta Q'_1 \\ \Delta Q_2, \Delta Q'_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2}, \Delta Q'_{n-2} \\ \Delta Q_{n-1}, \Delta Q'_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 + \frac{\lambda X}{b^2} R'_A, B'_1 - \frac{\lambda X}{b^2} R'_A \\ B_2, B'_2 \\ \vdots \\ B_{n-2}, B'_{n-2} \\ B_{n-1} + \frac{\lambda X}{b^2} R'_B, B'_{n-1} - \frac{\lambda X}{b^2} R'_B \end{pmatrix} \quad \dots (4)$$

(c) Type C

$$X \begin{pmatrix} \Delta Q_1, \Delta Q'_1 \\ \Delta Q_2, \Delta Q'_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2}, \Delta Q'_{n-2} \\ \Delta Q_{n-1}, \Delta Q'_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 + \frac{\lambda X}{b^2} R'_A, B'_1 - \frac{\lambda X}{b^2} R'_A \\ B_2, B'_2 \\ \vdots \\ B_{n-2}, B'_{n-2} \\ B_{n-1} + \frac{\lambda X}{b^2} R'_B, B'_{n-1} - \frac{\lambda X}{b^2} R'_B \end{pmatrix} \quad \dots (5)$$

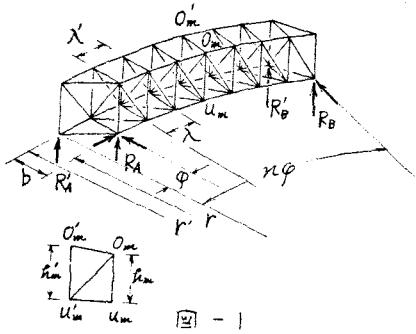
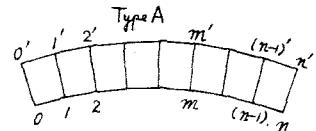
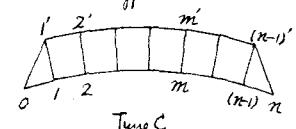


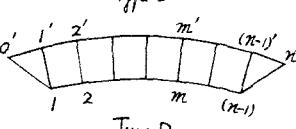
図-1



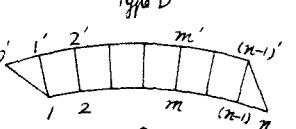
Type A



Type B



Type C



Type D

式(3)の係数行列を $X \times X$ で表す。

$$(d) Type D$$

$$X \begin{pmatrix} \Delta Q_1, \Delta Q'_1 \\ \Delta Q_2, \Delta Q'_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-2}, \Delta Q'_{n-2} \\ \Delta Q_{n-1}, \Delta Q'_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 + \frac{\lambda X}{b^2} R'_A, B'_1 - \frac{\lambda X}{b^2} R'_A \\ B_2, B'_2 \\ \vdots \\ B_{n-2}, B'_{n-2} \\ B_{n-1} + \frac{\lambda X}{b^2} R'_B, B'_{n-1} - \frac{\lambda X}{b^2} R'_B \end{pmatrix} \quad \dots (6)$$

以上式(3), (4), (5), (6)を用いて $\Delta Q'_m$ ,  $\Delta Q'_m$ を求める。

上の式(3)の解は容易に求められるが、非扁形の式(4)～(6)は直角の荷重項に未知反力を含んでおり、従事のよろしく求めることはかなりむずかしい。したがって、式(3)の解(荷物の解)を用い近似計算を行うことと、 $Q_1, Q_m$ などを、より(方形の場合はこれが簡単)。以下でType Dを例にとってその解法を説明する。

## 2. 路長力、反力および断面力の計算

初めに、 $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2}, Q_n$  を求め、 $Q_m + Q'_m = -(P_m + P'_m)$  の関係を用いて $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2}, Q_n$  を求めよう。なぜすれば連立方程式(7)のやうに解けない。 $n=3$  は簡単である。以下で Type D を例にとってその解法を説明する。すなはち、 $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2}, Q_n$  を求め、 $Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_{n-2}, Q'_n$  を求めよう。なぜすれば連立方程式(7)のやうに解けない。 $n=3$  は簡単である。以下で Type D を例にとってその解法を説明する。

$$\begin{aligned} X \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_{n-2} \\ Q_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_1 + \frac{\lambda}{b} R_A \\ B_2 \\ \vdots \\ B_{n-2} \\ B_n + \frac{\lambda}{b} R_B \end{bmatrix} \quad (7) \end{aligned}$$

$Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_{n-2}, Q'_n$  を求めよう。なぜすれば連立方程式(7)のやうに解けない。 $n=3$  は簡単である。なぜれば連立方程式(7)のやうに解けない。次に荷重項  $\frac{\lambda}{b} R_A, 0, \dots, 0, \frac{\lambda}{b} R_B$  を考慮して解を求める。 $R_A, R_B$  は一般に  $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2}, Q_n, Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_{n-2}, Q'_n$  によって表される。したがって、近似として  $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2}, Q_n, Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_{n-2}, Q'_n$  は  $Q_m, Q'_m$  及び  $R_A, R_B$  を求め、荷重項  $\frac{\lambda}{b} R_A, 0, \dots, 0, \frac{\lambda}{b} R_B$  を求めよう。したがって、 $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2}, Q_n, Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_{n-2}, Q'_n$  は  $Q_m, Q'_m$  及び  $R_A, R_B$  を求めよう。したがって、 $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-2}, Q_n, Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_{n-2}, Q'_n$  は  $Q_m, Q'_m$  及び  $R_A, R_B$  を求めよう。以下同様に  $(2, R_A^{(2)}, R_B^{(2)})$  を  $(Q_1^{(2)}, Q_2^{(2)}, \dots, Q_{n-2}^{(2)}, Q_n^{(2)}, Q'_1^{(2)}, Q'_2^{(2)}, \dots, Q'_{n-2}^{(2)}, Q'_n^{(2)})$  として近似値  $Q_m^{(2)}, Q'_m^{(2)}$  を求めよう。以下同様に  $(3, R_A^{(3)}, R_B^{(3)})$  を  $(Q_1^{(3)}, Q_2^{(3)}, \dots, Q_{n-2}^{(3)}, Q_n^{(3)}, Q'_1^{(3)}, Q'_2^{(3)}, \dots, Q'_{n-2}^{(3)}, Q'_n^{(3)})$  として近似値  $Q_m^{(3)}, Q'_m^{(3)}$  を求めよう。以下同様に  $(4, R_A^{(4)}, R_B^{(4)})$  を  $(Q_1^{(4)}, Q_2^{(4)}, \dots, Q_{n-2}^{(4)}, Q_n^{(4)}, Q'_1^{(4)}, Q'_2^{(4)}, \dots, Q'_{n-2}^{(4)}, Q'_n^{(4)})$  として近似値  $Q_m^{(4)}, Q'_m^{(4)}$  を求めよう。目的とする  $R_A, R_B, Q_m, Q'_m$  は

$$Q_m = \bar{Q}_m + Q_m^{(1)} + Q_m^{(2)} + \dots + Q_m^{(n)} + \dots, \quad (8), \quad Q'_m = \bar{Q}'_m + Q'_m^{(1)} + Q'_m^{(2)} + \dots + Q'_m^{(n)} + \dots, \quad (9)$$

$$R_A = R_A^{(1)} + R_A^{(2)} + \dots + R_A^{(n)} + \dots, \quad (10), \quad R_B = R_B^{(1)} + R_B^{(2)} + \dots + R_B^{(n)} + \dots, \quad (11)$$

断面力は(8)～(11)で  $\bar{Q}_m, Q_m^{(1)}, Q_m^{(2)}, \dots, Q_m^{(n)}$  及び  $\bar{Q}'_m, Q'_m^{(1)}, Q'_m^{(2)}, \dots, Q'_m^{(n)}$  が既知である。したがって、 $Q_m = \bar{Q}_m + Q_m^{(1)} + Q_m^{(2)} + \dots + Q_m^{(n)} + \dots, Q'_m = \bar{Q}'_m + Q'_m^{(1)} + Q'_m^{(2)} + \dots + Q'_m^{(n)} + \dots$  である。したがって、 $M_m = \bar{M}_m + M_m^{(1)} + M_m^{(2)} + \dots + M_m^{(n)} + \dots, M'_m = \bar{M}'_m + M'_m^{(1)} + M'_m^{(2)} + \dots + M'_m^{(n)} + \dots$  である。

今、路長力の上部長を  $P_m, M_m, T_m$  とする。路長力の上部長を  $P'_m, M'_m, T'_m$  とする。反力を求める断面力を求めた結果を次に示す。

(8)～(11)及び(12)の各項は次の漸化式で表される。 $P = 1$  のとき、

$$R_A^{(1)} = \frac{\bar{P}_A n \pi k}{b} - \frac{\bar{P}_A n \sin(n-k)\varphi}{b} - \frac{n}{b} \frac{\bar{R}_A \tan(n-k)\varphi}{\sin n\varphi} \sin(n-k)\varphi - \frac{\tan(n-k)\varphi - \tan(n-k)\varphi}{\sin n\varphi} \frac{\bar{T}_A \tan(n-k)\varphi}{b} + \bar{R}_A \tan(n-k)\varphi \frac{\cos(n-k)\varphi}{\sin n\varphi} - (16)$$

$$R_B^{(1)} = -\frac{\bar{P}_B n \pi k}{b} + \frac{\bar{P}_B n \sin(n-k)\varphi}{b} + \frac{n}{b} \frac{\bar{R}_B \tan(n-k)\varphi}{\sin n\varphi} \sin(n-k)\varphi - \frac{\tan(n-k)\varphi - \tan(n-k)\varphi}{\sin n\varphi} \frac{\bar{T}_B \tan(n-k)\varphi}{b} + \bar{R}_B \tan(n-k)\varphi \frac{\cos(n-k)\varphi}{\sin n\varphi} - (17)$$

$P = 2, 3, \dots, n-2$  のとき、

$$R_A^{(P)} = \frac{1}{b} \frac{n \sin(n-P)\varphi}{(n-1) \sin(n\varphi)} - \frac{1}{b} R_A^{(P-1)} + \frac{1}{b} \frac{n \sin(n\varphi)}{(n-1) \sin(n\varphi)} - \frac{1}{b} R_B^{(P-1)}, \quad R_B^{(P)} = -\frac{1}{b} \frac{n \sin(n-P)\varphi}{(n-1) \sin(n\varphi)} - \frac{1}{b} R_B^{(P-1)} + \frac{1}{b} \frac{n \sin(n\varphi)}{(n-1) \sin(n\varphi)} - \frac{1}{b} R_A^{(P-1)}$$

(18)～(21)  $m < n$  のとき、

$$M_m = (m-1) \lambda \frac{\bar{P}_A n \pi k}{b} - \frac{\bar{P}_A n (m-1) \lambda \sin(n-k)\varphi}{b} - \lambda \frac{\bar{P}_A n \lambda \sin(n-k)\varphi (\sin m\varphi - \sin n\varphi)}{b \sin m\varphi \sin n\varphi} - \frac{(m-1) \lambda \bar{R}_A \tan(n-k)\varphi}{b \sin m\varphi} \frac{\sin(n-k)\varphi}{\sin m\varphi} - (18)$$

$$- \lambda \bar{R}_A \tan(n-k)\varphi \frac{\sin(n-k)\varphi (\sin m\varphi - \sin n\varphi)}{b \sin m\varphi \sin n\varphi} - \frac{\tan(n-k)\varphi - \tan(n-k)\varphi}{b \sin m\varphi} \frac{\bar{T}_A \tan(n-k)\varphi}{b \sin m\varphi} + \frac{(m-1) \lambda \bar{R}_A \tan(n-k)\varphi}{b \sin m\varphi} \frac{\cos(n-k)\varphi}{\sin m\varphi} - (19)$$

$$+ \lambda \bar{R}_A \tan(n-k)\varphi \frac{\cos(n-k)\varphi (\sin m\varphi - \sin n\varphi)}{b \sin m\varphi \sin n\varphi} + \frac{\lambda}{b \sin m\varphi} \left\{ \frac{m-1}{n-1} \sin(m-1)\varphi - \sin(n-1)\varphi + \sin(n-m)\varphi \right\} R_A + \frac{\lambda}{b \sin m\varphi} \left\{ \frac{m-1}{n-1} \sin(m-1)\varphi - \sin(n-1)\varphi + \sin(n-m)\varphi \right\} R'_A - (20)$$

$$\begin{aligned}
M_m' = & -m\lambda' \frac{\bar{P}_R t}{b} \frac{n-k-1}{n-1} - m\lambda' \frac{\bar{P}_R R_0}{b} \frac{\sin k\varphi}{(n-1)\sin n\varphi} + \lambda' \frac{\bar{P}_R R_0}{b} \frac{\sin(n-k)\varphi \sin m\varphi}{\sin n\varphi \sin m\varphi} - \frac{m\lambda' R_0 \bar{t} \tan \theta}{n-1} \frac{\sin k\varphi}{\sin n\varphi} - \frac{m\lambda' R_0 \bar{t} \tan \theta}{n-1} \frac{\cos(n-k)\varphi \sin m\varphi}{\sin n\varphi \sin m\varphi} \\
& + \lambda' R_0 \bar{t} \tan \theta \frac{\sin(n-k)\varphi \sin m\varphi}{\sin n\varphi \sin m\varphi} + \frac{\bar{t} \lambda' + \bar{t} \lambda' - \bar{t} \lambda' \tan \theta}{\bar{t} \lambda'} \frac{m\lambda' \bar{t} \tan \theta}{\sin \varphi} - \lambda' R_0 \bar{t} \tan \theta \frac{\cos(n-k)\varphi \sin m\varphi}{\sin n\varphi \sin m\varphi} \\
& + \frac{\bar{t} \lambda' [m(\sin \varphi - 1) - (1 - \frac{\sin(n-m)\varphi}{\sin n\varphi})]}{b} R_A + \frac{\bar{t} \lambda' [m(\sin(n-1)\varphi - \frac{\sin m\varphi}{\sin n\varphi})]}{b} R_B' - (2)
\end{aligned}$$

### 3. 計算例.

以上の方解法を、次の諸元をもと Type D の非直角形トランスクーラー上部の外側上部の各節点 (top) の鉛直荷重、遠心荷重および接線荷重が作用する場合に適用し、各荷重の曲げモーメントと反力  $R_A$ ,  $R_B'$  を求め厳密解と比較して見よ。結果は下表の通りである。表中の鉛直荷重および遠心荷重による反力の近似値は式(10), (11) の初めの  $R_A^{(0)}$ ,  $R_B'^{(0)}$  を 2 の 6 項の和を、接線荷重によると反力の近似値は  $R_A^{(0)}$ ,  $R_B'^{(0)}$  を 2 の 7 項の和である。各荷重状態の曲げモーメントと反力の近似値を用いて計算したものである。表中のカッコ内は厳密解である。

以上結果より明るかのように、本計算例では厳密解と近似解との差が鉛直荷重載荷時で、最高 0.2%, 遠心荷重時で 0.5%, 接線荷重時で、0.7%程度である。接線荷重載荷時にありて多少収束が悪い程度である。近似解法は反力のみを級数計算すればよく、しかも級数の各項は漸化式で表されることはなく、計算自体は簡単である。また反歛面力は 2 で求めた反力をもとて表すと、これがより精度は反力のみをより正確に求めなければ、それがより反歛面力もより多くの精巧が得られる。

荷重 種類 荷重	$P_{03}' = 1$	$W_{03}' = 1$	$T_{03}' = 1$
$R_A$	-0.8698 (-0.8702)	-1.0535 (-1.0587)	-0.00306 (-0.00330)
$R_B'$	-0.9230 (-0.9249)	0.5299 (0.5328)	0.1799 (0.1802)
$M_1$	-1.3556 (-1.3560)	-1.8560 (-1.8572)	-0.0656 (-0.0660)
$M_3$	-2.1814 (-2.1823)	-3.6757 (-3.6813)	-0.1700 (-0.1708)
$M_4$	-2.3465 (-2.3467)	-2.8964 (-2.9029)	-0.2778 (-0.2788)
$M_5$	-2.0129 (-2.0156)	-2.1862 (2.1927)	-0.2738 (-0.2748)
$M_6$	-2.3858 (-1.3877)	-1.6178 (-1.4231)	-0.1982 (-0.1991)
$M_7$	-0.6500 (-0.6511)	-0.6667 (-0.6677)	-0.0930 (-0.0936)
$M_1'$	2.8815 (2.8809)	1.9463 (1.9490)	-0.2956 (-0.2951)
$M_3'$	5.3200 (5.3261)	3.5965 (3.6031)	-0.5459 (-0.5455)
$M_5'$	7.1701 (7.1708)	4.9850 (4.9929)	+1.2948 (1.2979)
$M_6'$	5.9930 (5.9939)	3.8788 (3.8865)	1.1159 (1.1178)
$M_7'$	4.2631 (4.2643)	2.6262 (2.6305)	0.8092 (0.8107)
$M_8'$	2.1927 (2.1937)	1.3035 (1.3072)	0.4214 (0.4223)

非直角形トランスクーラー Type D の諸元			
$n = 8$ ,	$r = 15.0 \text{ m}$ ,	$r' = 20.0 \text{ m}$	
$b = 2.0 \text{ m}$ ,	$t = 2.0 \text{ m}$ ,	$\lambda' = 2.267 \text{ m}$	
$\lambda = 2.0 \text{ m}$ ,	$\varphi = 73^\circ 39' 05''$	$m\varphi = 61^\circ 12' 16''$	

### 参考文献

附上、会田：立体曲線トランスクーラーのたわみ解析につき、第18回工学会年次学術講演会概要。