2. 側面摩擦の働く圧密について

広島大学　　　門田博知

1) 概説　JISA1217によつて行はれる圧密試験では試料を円環につめて側方変位を拘束しいわゆる一次元圧密を行っている。この際試料と圧密リングとの間には摩擦が発生し，圧密沈下に影響を及ぼすことはすでに指摘され，D.W. Taylor, H. Muhs and M. Kany, S. Hansbo, 青木，柴田，中瀬 等の研究がある．圧密過程中の摩擦の影響については中瀬がTerzghi-Frölichの近似解を用いてこの解明につとめている。しかし何れの研究に於ても圧密の基礎微分方程式を導くまでに至っていない。著者は以前から側面摩擦について実験的研究を行い，JISA1217によって求められる圧密係数と三軸圧密によって求められる圧密係数との間に大きな差が認められないが試料厚が60mmφの径に対して10cmにもなると差が出来ることは確めたがそれがどのようにして生ずるのか解明出来なかったがこの度基礎微分方程式を~~導き~~計算を行ってみて解明されたので発表せんとするものである。

2) 側面摩擦が働く場合の圧密基礎微分方程式

側面摩擦はその性質から考えて圧密固定環側面に作用するσ_hについて考え，摩擦係数もσ_hについて考えるべきであるが，圧密過程中側方変位を許さないので有効応力でσ_h'/σ_v'の値は圧密過程中を通じて一定であることを確めたので（三軸圧密試験により）実用上便利なため一応垂直応力$\sigma_v = \bar{p}$に対して考えることにし，これをfで，深さZにおける側面摩擦の大きさをF，側面に働く摩擦力を断面積当りに換

算した摩擦強度をf''とするとそれぞれ次のようになる。

$$F = 2\pi R \int_0^z\int_0^z \frac{\partial(f\bar{p})}{\partial z} dz\, dz \qquad (1)$$

$$f'' = \frac{2\pi R}{\pi^2 R}\int_0^z\int_0^z \frac{\partial(f\bar{p})}{\partial z} dz\, dz$$

$$= \frac{2}{R}\int_0^z\int_0^z \frac{\partial(f\bar{p})}{\partial z} dz\, dz \qquad (2)$$

実験的にfは圧密過程中あまり変化しないものであるから(2)式は更に(3)式となる

$$f'' = \frac{2f}{R}\int_0^z\int_0^z \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} dz \cdot dz$$

$$= \frac{2f}{R}\int_0^z \bar{p}\, dz \qquad (3)$$

試料表面からzの深さにある微小厚dzの部分に働く体積力は$j = i\gamma_w$とこの(3)式で示されるf''の変化分でありこの二力によって有効応力が変化するこの関係を(4)式に示す

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = j - \frac{\partial f''}{\partial z}$$

$$j = \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\partial f''}{\partial z}$$

$$i = \frac{1}{\gamma_w}\left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{2f}{R}\bar{p}\right] \qquad (4)$$

Darcy の法則 $v = ki$ によって

$$v = \frac{k}{\gamma_w}\left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{2f}{R}\bar{p}\right] \qquad (5)$$

$\partial \varepsilon / \partial p = m_v$ を(5)式に代入して

$$v = \frac{k}{\gamma_w m_v}\left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{2f}{R}\varepsilon\right] \qquad (6)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial z} \qquad (7)$$

(6), (7) 両式より

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{k}{\gamma_w m_v}\left[\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} + \frac{2f}{R}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right] \qquad (8)$$

(8)式に $C_v=\frac{k}{\gamma_w m_v}$ とおけば圧密過程中層厚の変化を無視する圧密の基礎微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = C_v\left[\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} + \frac{2t}{R}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right] \qquad (9)$$

更に層厚が変化する場合は三笠博士の解にならって

$$\varepsilon = \log_e \zeta \qquad \partial z = \frac{1}{\zeta}\partial z_0$$

の関係から

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = C_v\left[\zeta^2\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z_0^2} + \frac{2t}{R}\zeta\frac{\partial \zeta}{\partial z_0}\right] \qquad (10)$$

として示すことが出来る。

3). 基礎微分方程式の解

(10)式は差分によって数値計算を行はないと簡単には厳密解は得られないが(9)式は境界条件を与えて解くことが出来る。

$t=0$	$0 \leqq z < 2H$	$\varepsilon = 0$
$0 \leqq t \leqq \infty$	$z=0$	$\varepsilon = \varepsilon_1$
$0 \leqq t \leqq \infty$	$z=2H$	$\varepsilon = \varepsilon_1 e^{-4\alpha H}$
$t=\infty$	$0 \leqq z \leqq 2H$	$\varepsilon = \varepsilon_1 e^{-2\alpha z}$

こゝに ε_1 は試料載荷面の歪，$\alpha=\frac{1}{R}$，$2H$ は試料厚．
上記条件で(9)式を解くと

$$\frac{\varepsilon_{zt}}{\varepsilon_{z=0,t=\infty}} = e^{-4\alpha H\frac{z}{2H}} - e^{-2\alpha H\frac{z}{2H}}\left(1+e^{-2\alpha H}\right)\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2\pi(2n+1)}{4\alpha^2H^2+\pi^2(2n+1)^2}\times e^{-\frac{T_v}{4}\left[4H^2\alpha^2+\pi^2(2n+1)^2\right]}\times\sin\pi(2n+1)\frac{z}{2H} \qquad (11)$$

(11)式を z について積分して平均歪と時間との関係を求めると

$$U(\varepsilon)_t = 1-8\alpha H\pi^2\frac{1+e^{-2\alpha H}}{1-e^{-2\alpha H}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)^2}{\{4H^2\alpha^2+\pi^2(2n+1)^2\}^2}e^{-\frac{T_v}{4}\{4H^2\alpha^2+\pi^2(2n+1)^2\}} \qquad (12)$$

(11)式，(12)式とも $\alpha\to 0$ にすれば Terzaghi と同一の歪の曲線を得る。

(10)及び(11)式において $\alpha H = \frac{H}{R} f$ であるから，圧密の時経過に及ぼす影響は試料の直径，高さ及び摩擦係数によって変化することが解る。JIS A 1217では試料の直径60 mm，高さ20 mmで，実験結果から $f = 0.5 \sim 0.3$ 特に大きい Pre-loading を受けて，しかも先行荷重以下の荷重で圧密を行う時で0.8位であるから普通 Virgin slope では $\alpha H = \frac{1.0}{3.0} \times (0.5 \sim 0.3) = 0.17 \sim 0.10$ の範囲であり特に大き場合で0.30迄と思われる。今Terzaghiの式では $T_v = 0.20$ 即ち摩擦が非常に少く零と考えられる場合は $U(\varepsilon)_{T_v=0.20} = 0.504$ であるが(12)式では $\alpha H = 0.10$ で $U_{T_v=0.20} = 0.507$，$\alpha H = 0.30$ で $U_{T_v=0.20} = 0.533$ となり摩擦を考えない場合と僅か3.3%しか差が生じない。即ち側面摩擦によっては時間と圧密度の関係は普通発生する側面摩擦の範囲ではあまり大きく影響されず，Terzaghi式は三笠博士の圧密理論より導かれた摩擦のない理論曲線と比較して圧密係数 C_v の推定を行ってもよいことを示している。