第 I 部門　　スペクトル要素法と固有振動特性を利用した橋梁ケーブルの損傷同定

京都大学大学院　学生員　○鍔本　優希
京都大学大学院　正会員　古川　愛子

１．本研究の背景と目的

近年，建設後長期間が経過したケーブル系橋梁の老朽化が進行しており，健全度評価手法の確立が望まれている．本研究では，高次モードまでの振動特性とスペクトル要素法（SEM）[1)]を用いたケーブル損傷同定手法を提案し，その有用性を検証することを目的とする．ケーブルの損傷により張力と曲げ剛性が変化するとモデル化し，張力および箇所ごとの曲げ剛性を推定することにより，損傷状態を同定する．

２．ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響

実存する斜張橋ケーブルを対象とし，張力のかかったオイラー・ベルヌーイ梁でモデル化した（図 1）．有限要素法（FEM）を用いて 1000 個の要素で等分割し，両端単純支持とした．健全時のケーブル諸元は，密度 8.35 ton/m^3，断面積 1.14×10^{-2} m^2，ヤング率 2.0×10^8 kN/m^2，断面 2 次モーメント 5.13×10^{-6} m^4，張力 539.1 kN，長さ 106.1894 m である．左端から全長の 10%に相当する区間（要素番号 1～100）に損傷を仮定し，断面積を 15%，断面 2 次モーメントを 27.75%低下させた．ケーブルの定着間距離一定の仮定のもと，断面積減少に伴う 1.7%の張力低下も考慮した．

図 2 に，1～50 次モードの固有振動数の変化率（健全時に対する損傷時の比）を示す．赤色は張力低下を考慮した場合（張力・曲げ剛性ともに変化），青色は張力低下を考慮しない場合（曲げ剛性のみ変化）である．固有振動数は曲げ剛性に対する感度が低く，低次では特にその影響は小さい．主に張力低下により減少することが示された．また，図 3 に 1 次および 50 次のモード形状を健全時と損傷時で比較した結果を示す．低次モードでは顕著な変化は認められないが，高次モードでは振幅変化および位相ずれが確認された．なお，張力低下の考慮の有無による差は小さく，高次モード形状の変化は主に曲げ剛性低下に起因することが示された．



図 1 解析モデル

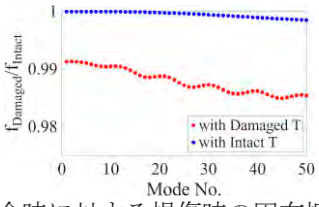


図 2 健全時に対する損傷時の固有振動数比

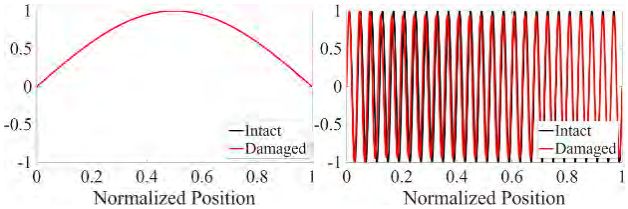


図 3 損傷によるモード形状変化（左：1 次，右：50 次）

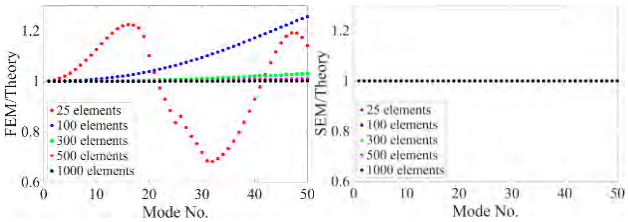


図 4 要素分割数が固有振動数の解析結果に及ぼす影響
（左：FEM 解／理論解，右：SEM 解／理論解）

３．スペクトル要素法の概要と有限要素法との比較

前章において，曲げ剛性の変化を捉えるには高次モード形状が有効であることが示されたが，FEM で高次モードを算定するには多くの要素分割が必要となる．逆解析による損傷同定では繰返し計算が不可欠であるため，少ない要素数で高次モードを評価できるスペクトル要素法（SEM）[1)]が有効である．SEM は FEM と同様に構造物を有限個の要素に分割してモデル化するが，形状関数を振動数の関数として厳密に導出するため，高振動数領域においても最小限の要素分割数で理論解に一致する．一方，FEM では多項式形状関数を用いるため，波長の短い高次モードを精度よく再現するには細かい要素分割が必要となる．健全ケーブルを対象に，いくつかの要素分割数について，固有振動数を FEM および SEM で算出し，理論解との比を比較した結果（図 4），FEM では高次モードほど細かく分割する必要があるのに対し，SEM では少ない分割数でも理論解と良好に一致することが確認された．

Yuuki TSUBAMOTO, Aiko FURUKAWA
tsubamoto.yuuki.66v@st.kyoto-u.ac.jp

４． ケーブル張力と箇所別曲げ剛性の推定手法の提案

第２章の結果より，張力と曲げ剛性は固有振動特性に対して異なる感度を有することが示された．これを踏まえ，本研究では張力と箇所別曲げ剛性を段階的に推定する 2 段階推定法を提案し，最小二乗法により未知数を推定する．

(1) 第 1 段階：張力および一様曲げ剛性の推定

第 1 段階では，1〜5 次モードの固有振動数を用いて，張力Tおよびケーブル全体で一様と仮定した曲げ剛性$UniEI$を推定する．i次モードの固有振動数f_iにおける全体動剛性行列$S(f_i)$の最小特異値 $\sigma_{min}(S(f_i))$ は 0 となることから，観測固有振動数 f_i が与えられたとき，最小特異値の二乗和を最小化することによりTおよび$UniEI$ を推定する．

(2) 第 2 段階：箇所別曲げ剛性の推定

第 2 段階では，第 1 段階で得られた張力 T を既知量として固定し，モード形状から箇所別曲げ剛性 $\boldsymbol{EI}$ を推定する．$\boldsymbol{EI}$ は，ケーブルを複数領域に分割し，各領域内で曲げ剛性が一様であると仮定した場合に，各領域の曲げ剛性を成分にもつベクトルである．i 次モードの計測点 j におけるモード形状$\phi_{i,j}$を，各モード内で最大振幅値$\phi_{i,max}$により正規化する．この正規化量について，SEM 解析値と観測値の差を最小二乗法により評価し，$\boldsymbol{EI}$ を推定する．

５． 提案手法の検証

第２章で対象としたケーブルを図 5 のように 5 領域に等分し，左端領域に損傷（断面積 15%低下，断面 2 次モーメント 27.75%低下）を仮定し，各領域に箇所別曲げ剛性 EI_1〜EI_5 を設定した．桁側（左側）ではケーブルへのアクセスが容易であることを想定し，当該領域をさらに 5 等分して 9 要素に分割して後の推定に利用した．第 2 段階の箇所別曲げ剛性の推定においては，計測点の個数と位置および使用するモード次数による比較として，以下の 2 ケースを検討した．

(i) 1〜50 次のモード形状を使用し，計測点の個数と位置（節点 2〜9，節点 2〜5，節点 6〜9）による比較を行う．

(ii) 節点 2〜9 の 8 点で計測し，使用するモード次数（1〜10 次，1〜30 次，1〜50 次）による比較を行う．

すべての固有振動数およびモード形状には，一様乱数により 1%の計測誤差を付与した．

(1) 第 1 段階

張力推定の結果，低次の 1〜5 次モードを用いた場合が最も安定した推定精度（$T^{est}/T^{true} = 0.982$）を与えた．第 2 段階の推定にはこの張力を採用する．

(2) 第 2 段階

箇所別曲げ剛性の推定結果を表 1，2 に示す．評価指標として次式に示す平均絶対誤差率（MAPE）を用いた．

$$MAPE = \frac{1}{5}\sum_{g=1}^{5}\left|EI_g^{est}/EI_g^{true} - 1\right| \tag{1}$$

ここで，gは領域番号， $true$およびestはそれぞれ真値および推定値を示す．表 1，2 より，ケーブル全体に計測点を配置し，より高次までのモード形状を用いることで，推定精度が向上することを確認した．

６． 結論

ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響を検討した結果，固有振動数は主として張力低下に支配される一方，高次モード形状は曲げ剛性低下に対して高い感度を有することが明らかとなった．また，高次モードまでの振動特性を精度よく評価する上で，少ない要素数で理論解と良好に一致する SEM が有効であることを確認した．これらの知見に基づき，低次固有振動数による張力推定と，高次モード形状による箇所別曲げ剛性推定からなる 2 段階推定法を提案した．数値解析による検証の結果，提案手法によりケーブルの損傷を同定可能であることを示した．

謝辞　本研究は，西日本高速道路株式会社様と JSPS 科研費 22K18830 の助成を受けたものです．

参考文献 1) J. F. Doyle, Wave Propagation in Structures: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms, Springer, 1997.

表 1 計測点位置によるEIの推定結果比較（MAPE）

計測点	節点 2-9	節点 2-5	節点 6-9
MAPE	0.008	0.244	0.033

表 2 使用モードによるEIの推定結果比較（MAPE）

使用モード	1-10 次	1-30 次	1-50 次
MAPE	0.138	0.079	0.008

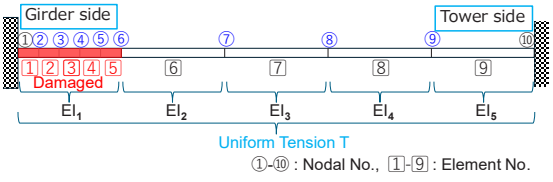


図 5 損傷同定のための解析モデル