第Ⅰ部門　インターロッキング構造を模倣した免震基礎工のマス・ダンパモデルについて

京都市立京都工学院高等学校　学生員　○白坂　健登

１．背景と目的

古くから基礎工を免震構造にするアイデアは広く考案されている.岩屋[(1)]らは，遊間をもち三次元にゆるく連結（インターロック）したブロックの集合体が可撓性や衝撃吸収性能を持つことを示した．一方，デジタル・ツインの考え方は広く社会に浸透している．今回，基礎工の動的物理モデルを考案することは，少し先の未来を見通すしかけの構築になるのではないかと考えた.

２．仮説

インターロッキング構造を模倣した免震基礎工の振動特性を単一系のマス・ダンパモデルで表現した.また，ブロックの分割数と基礎工全体の外形寸法を因子とする凌震効果が，このモデルの減衰係数に影響を与えると考えた.

３．単一系のマス・ダンパモデル

加振下でのインターロッキング構造を模倣した免震基礎工（以降「免震基礎工」と呼ぶ）の状態を，単一系のマス・ダンパモデルと仮定し，無次元化を試みる.[(4)]

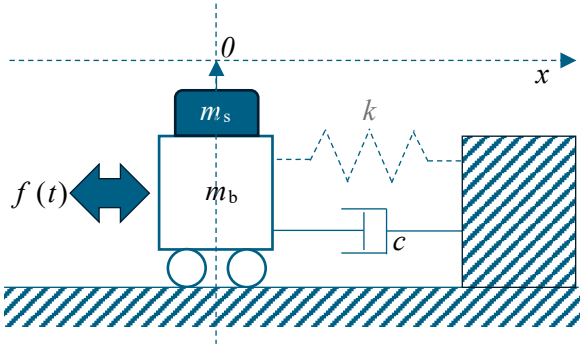


図３－１　単一系のマス・ダンパモデル

図 3－1 の各記号は以下のように定義した.

t:時間，x:変位，$f(t)$:外力，c:減衰係数，k:ばね定数，m_s:上部構造の質量，m_b:基礎の質量

免震基礎工では，遊間が十分に広く滑り運動が支配的であると考え，バネによる復元力の効果をほぼ 0 と仮定した.

$$(m_s+m_b)\frac{d^2x}{dt^2}+c\frac{dx}{dt}=f(t) \quad \cdots \quad (3\text{-}2)$$

次に時間 t と変位 x の無次元化を行う.ここで，代表的な時間 T_0（および代表周波数 $\nu_0=1/T_0$）を導入し，無次元時間 $\tau=\nu_0 t$ を定義する.さらに，変位 x の無次元化も同時に行う.ここで，代表となる変位 X_0 を導入し，無次元変位 $\chi=x/X_0$ を定義する.連鎖律より加速度と速度は式(3-3)の無次元量に変形できる.

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\nu^2\frac{d^2x}{d\tau^2}=X_0\nu^2\frac{d^2\chi}{d\tau^2},\quad \frac{dx}{dt}=\nu\frac{dx}{d\tau}=X_0\nu\frac{d\chi}{d\tau} \quad \cdots (3\text{-}3)$$

一方，外力の代表的な大きさ F_0 を定義し，無次元化された外力 $\phi(\tau)$を以下のように導入する.

$$\phi(\tau)=\frac{f(t)}{F_0},\quad f(t)=F_0\phi(\tau) \quad \cdots (3\text{-}4)$$

式（3-3）と式（3-4）を，式（3-2）に適用すると以下の式になる.

$$(m_s+m_b)X_0{\nu_0}^2\frac{d^2\chi}{d\tau^2}+cX_0\nu_0\frac{d\chi}{d\tau}=F_0\phi(\tau) \quad \cdots (3\text{-}5)$$

両辺を，$cX_0\nu_0$ で割ると

$$\frac{(m_s+m_b)}{c}\nu_0\frac{d^2\chi}{d\tau^2}+\frac{d\chi}{d\tau}=\left(\frac{F_0}{cX_0\nu_0}\right)\phi(\tau) \quad \cdots (3\text{-}6)$$

ここで，代表変位 X_0 を代表的な外力 F_0 と，ダンパ特性によって規定される変位の基準スケールとして，改めて定義する.

$$X_0=\frac{F_0}{c\nu_0} \quad \cdots (3\text{-}7)$$

最後に，慣性力項を支配する無次元パラメータ Π として以下の式（3-8）を導入する.

$$\Pi=\frac{m_s+m_b}{c}\nu_0 \quad \cdots (3\text{-}8)$$

式（3-6）に式（3-7）と式（3-8）を適用すると，外力を考慮した無次元化運動方程式は以下のように簡潔に記述される.[(2)]

$$\Pi\frac{d^2\chi}{d\tau^2}+\frac{d\chi}{d\tau}=\phi(\tau) \quad \cdots (3\text{-}9)$$

この方程式（3-9）は，外力の波形パターン $\phi(\tau)$と無次元パラメータ Π（慣性力と減衰力の比）のみによって系の動的挙動が支配されることを示している．

４．自由振動下での特性方程式と固有値

式(3-9)を用い，自由振動下 $\phi(\tau)=0$ におけるシステムの固有の動的特性を考える．

$$\Pi\frac{d^2\chi}{d\tau^2}+\frac{d\chi}{d\tau}=0 \quad \ldots（4\text{-}1）$$

式（4-1）の一般解を得るために，固有値 λ を用いて，無次元変位を $\chi(\tau)=e^{\lambda\tau}$ と仮定する.これを式（4-1）に代入して整理することで，以下の特性方程式が導出され固有値を計算できる．

$$\Pi\lambda^2+\lambda=0 \quad \ldots（4\text{-}2）$$

$$\lambda_1=0,\ \lambda_2=-\frac{1}{\Pi} \ldots（4\text{-}3）$$

$\lambda_1=0$ はシステムに復元力が存在しないことを意味する.負の実数解である $\lambda_2=-1/\Pi$ は，システムが過渡状態から定常状態へと収束する際の減衰特性を支配することを意味する．

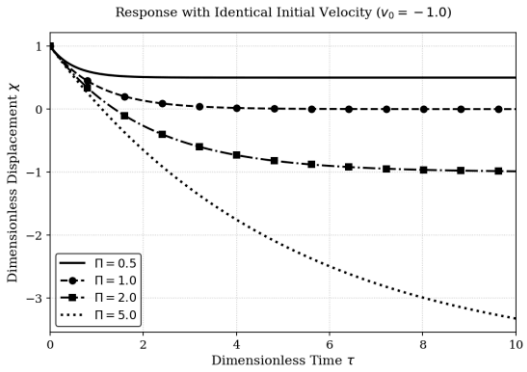


図 4—1 Π の違いが自由振動応答の収束性に与える影響

図 4—1 は，無次元変位 χ=1，無次元速度 $d\chi/d\tau$=－１を初期条件として与えた状況である．

５.減衰係数 c のモデル

このマス・ダンパモデルで利用する減衰係数 c は，ブロックの分割数と基礎工全体の外形寸法に相関しているのではないかと考える．

図 5-1 は免震基礎工の分割状況を示したもので，ハッチング部分は隙間を持って互いに接触できるものとする．

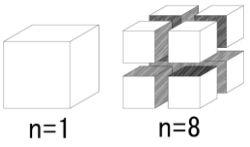


図 5－1 免震基礎工の分割状況

ブロックの分割数 n と基礎工全体の外形寸法 L をパラメータとした凌震効果を計量する関数 $g_r(n,L)$を介し，減衰係数 c を求める関数 $f_c(*)$を定義できるのではないかと考えた．

$$c=f_c(g_r(n,L)) \quad \ldots \quad （5\text{-}1）$$

c:減衰係数，f_c:減衰係数を計算する関数，g_r: 凌震効果を計量する関数，n:ブロックの分割数，基礎工全体の外形寸法:L

６．まとめと課題

インターロッキング構造を模倣した免震基礎工の振動特性を単一系の無次元化したマス・ダンパモデルで表現した.また，その時の減衰係数 c が接触面積の総和に影響を受け，ブロック数 n の関数として表現できるのではないかという可能性を示した.今後は，これらのモデルを雛形に実験を進め，諸量の定量化を進める．

７．謝辞

本研究を進めるにあたり、多大なるご助言とアイデアをいただきました名古屋工業大学社会工学専攻の吉田亮先生と京都大学大学院情報学研究科の東俊一先生に深く感謝申し上げます。

本研究は、京都市立京都工学院高等学校「プロジェクトゼミII」の成果です。共に研究に取り組み、切磋琢磨した阿部裕成さん、伊原颯太さん、大西恋遥さん、蔦田創琉さん、野口幸暉さん、原頭由衣さん、馬庭亜門さんに心より感謝いたします。

＜参考文献＞

(1)岩屋 遼,吉田 亮,橋本 忍,森川 由紀弘,大田 敏孝:コンニャク石のインターロッキング構造を模倣した免震基礎の開発とその製造方法の提案,土木学会論文集,Vol.79,No.7,22-00335,2023.
(2)Buckingham, E. (1914). On Physically Similar Systems; Illustrations of the Use of Dimensional Equations. Physical Review, 4(4), 345-376.

---

kento SHIRASAKA tvkennto0907@gmail.com