

## 第 I 部門

## Mode shape に着目をした交点クランプを有するケーブルの張力推定手法の開発

京都大学大学院 学生員 ○加藤 哲  
 京都大学大学院 正会員 古川愛子  
 神鋼鋼線工業(株) 正会員 武市知大

## 1. 研究背景と目的

本研究が対象とするニールセンローゼ橋は、図 1 に示すように、斜めに張られたケーブル同士が交点クランプで連結された構造をしている。ケーブルの張力で荷重を支えるため、施工および維持管理をする上でケーブル張力の確認が必要である。現在の実務では、張力の推定に高次振動法<sup>1)</sup>が用いられているが、単一ケーブルの張力推定手法であるため、ニールセンローゼ橋に適用するにはすべての交点クランプを取り外す必要があり、多くの時間と労力を要している。そこで本研究では、交点クランプの取り外しを必要としないニールセンローゼ橋のケーブル張力の推定手法の開発を行う。

## 2. 定式化と張力推定手法

本研究では、ケーブルの Mode Shape に着目し、交点クランプが取り付けられた状態の Mode Shape を用いて張力推定を行う。ケーブルを張力のかかった梁とみなすことで、式(1)で表されるケーブルの振動方程式が得られる。

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

ここに、 $y(x,t)$ は座標  $x$ 、時間  $t$  におけるケーブルの軸直角方向変位である。図 2 に示すようにケーブル下端を  $x$  軸の原点とし、軸方向を  $x$  軸の正方向とする。 $f$ を固有振動数、 $j$ を虚数単位とし、変数分離法より  $y(x,t) = Y(x)e^{j2\pi ft}$  と表され、式(1)よりモード関数  $Y(x)$  の一般解が式(2)となる。ただし、 $C_1, C_2, C_3, C_4$ は積分定数で、 $\alpha$ と $\beta$ は式(3)で表される。

$$Y(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \quad (2)$$

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\rho A(2\pi f)^2}{EI} - \frac{T}{2EI}} \quad \beta = \sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\rho A(2\pi f)^2}{EI} + \frac{T}{2EI}} \quad (3)$$

ケーブルの下端が固定端であると仮定して境界条件  $Y(0) = Y'(0) = 0$  に式(2)に代入すれば  $C_3$  と  $C_4$  はそれぞれ  $C_1$  と  $C_2$  で表すことができる。さらに双曲線関数を指数関数で置き換えるとモード関数は改めて式(4)のように整理できる。

$$Y(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x - \left(C_1 + \frac{\alpha}{\beta} C_2\right) \frac{e^{\beta x}}{2} - \left(C_1 - \frac{\alpha}{\beta} C_2\right) \frac{e^{-\beta x}}{2} \quad (4)$$

提案手法では、張力測定の対象とするケーブルの下端から交点クランプまでの範囲内に加速度計を 4 つ設置し、交点クランプがついたままの状態をケーブルを加振し、加速度波形を記録する。そして、加速度波形をフーリエ変換し、固有振動数と Mode Shape を読み取る。2 点の Mode Shape の計測結果を式(4)に代入して  $C_1$  と  $C_2$  を求め、残りの 2 点において Mode Shape の計測値  $\phi(x)$  と理論値  $Y(x)$  が一致するという条件より 2 つの制約式 ( $Y(x) - \phi(x) = 0$ ) を複数のモードに対して得て、最小二乗法により張力と曲げ剛性を同時推定する。ここで、2 点の Mode Shape の計測結果を用いて計算される  $C_1$  と  $C_2$  には計測誤差が含まれるため、 $\beta x$  の値が大きい場合に式(4)における  $e^{\beta x}$  の項が発散してしまうことがわかった。そこで、端部から離れた位置では指数関数の影響が十分に小さくなることから、ケーブルの全長を  $L$  として計測点位置  $x$  が  $x \geq 0.15L$  を満たす場合には式(4)の  $e^{\beta x}$  の項を無視することとした。

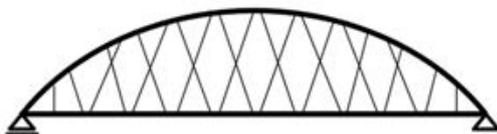


図 1 ニールセンローゼ橋の模式図

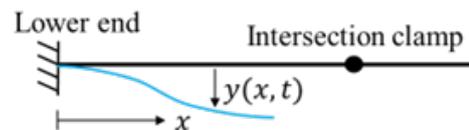


図 2 座標の取り方

Tetsu KATO, Aiko FURUKAWA, Tomohiro TAKEICHI

kato.tetsu.26x@st.kyoto-u.ac.jp

3. 数値実験に基づく提案手法の妥当性検証

2本のケーブルが交差したモデルを用いて、数値実験により提案手法の妥当性検証を行った。2ケーブルの張力、曲げ剛性、長さ等を様々に変えた42通りのモデルについて検討した。張力は280.5~771.0kN、曲げ剛性は12.56~92.51 kN・m<sup>2</sup>、長さは10~40 mの範囲で設定した。計測点の位置はケーブル全長に対して下端側から2.5%、10%、17.5%、25%の位置としており、計測点の位置が交点クランプを超えないように設定した。1次モードから5次モードまでのMode Shapeの計測値と理論値の差の二乗和が最小となるような張力と曲げ剛性を推定した。

図3に張力推定結果を示す。横軸がモデル番号、縦軸は推定値を真値で割ったものであり、1に近いほど推定精度が良いことを表す。すべてのモデルにおいて誤差1%以内と高い精度で張力を推定することができた。モデル番号13と19では他のモデル番号と比較して精度が若干悪いが、2つとも下端から交点クランプまでの距離が短いケースであることから、交点クランプ付近を計測点として用いているために推定精度が悪いと考えられる。

次に、実務においては計測誤差が存在するので、計測誤差が存在する場合の張力推定精度について検討した。固有振動数とMode Shapeについて、それぞれ3%のノイズが存在する場合の張力推定結果を図4に示す。張力の最大誤差率は9.93%であり、全モデルの平均的な誤差の度合いを表す二乗平均平方根誤差率(RMSER)は4.72%である。

4. 模型実験に基づく提案手法の妥当性検証

模型実験を行い、提案手法の妥当性検証を行った。用いたケーブルの構造諸元と加速度計の設置位置をそれぞれ表1と表2に示し、模型の模式図を図5に示す。交点クランプはケーブル中央に設置した。張力推定結果を表3に示す。ロードセルによる計測結果を張力の真値としている。3回計測を行い、3回の張力推定結果の最大誤差率は6.6%、3回の誤差率の平均は2.7%であり、模型実験においても高い精度で張力を推定することができた。

5. 結論

本研究では、ケーブルのMode Shapeに着目することでニールセンローゼ橋のすべての交点クランプが取り付けられたままの状態、ケーブルの張力推定を行う新たな手法の開発を行った。数値実験と模型実験に基づく妥当性検証を行った結果、高い精度で張力を推定でき、本研究で開発した手法の妥当性が示された。

参考文献

1) 山極伊知郎, 宇津野秀夫, 遠藤浩司, 杉井謙一: 高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法, 日本機械学会論文集 (C編), 66巻, 649号, pp.2905-2911, 2000年9月。

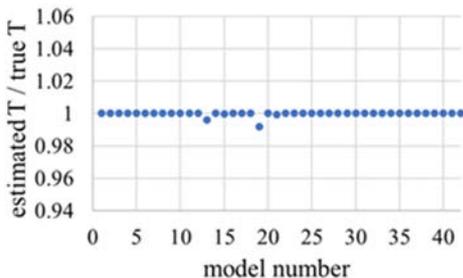


図3 張力推定結果(計測誤差なし)

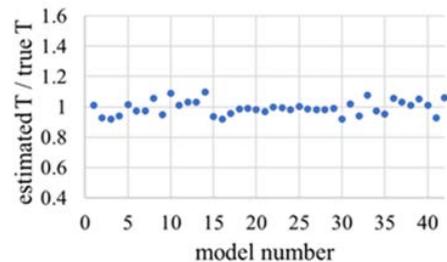


図4 張力推定結果(3%の計測誤差が存在する場合)

表1 ケーブルの構造諸元

ケーブル番号	密度	断面積	全長
1, 2	7850 kg/m <sup>3</sup>	3.129×10 <sup>-4</sup> m <sup>2</sup>	7.868 m

表2 加速度計の設置位置

No.1	No.2	No.3	No.4
0.603 m	1.103 m	1.604 m	2.104 m

表3 模型実験の張力推定結果

	真値	推定値	推定値/真値
1回目	58.1 kN	59.0 kN	1.015
2回目	58.8 kN	57.0 kN	0.969
3回目	58.6 kN	54.7 kN	0.934

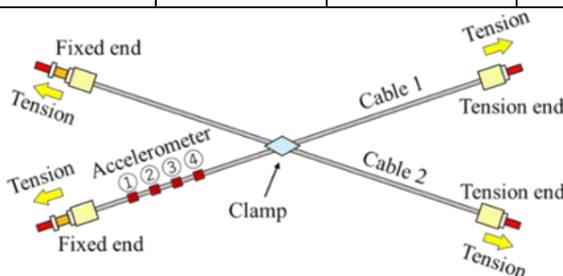


図5 実験装置の模式図