

京都大学 学生員 ○藤枝 大智
 京都大学大学院 正会員 Zhu Fan
 京都大学大学院 正会員 肥後 陽介

1. はじめに

トンネル掘削や鉱石採掘の際には、経済性および効率性の面から日本でも発破が用いられる。そのため発破による岩石の破壊過程や発破面の生成などの破壊メカニズムを解明することは工学的に重要な意味を持つ。

本研究において、岩石の破壊メカニズムの解析に使用する Peridynamics (PD) 理論は Silling[2000]¹⁾ らによって考案された新しい数値解析手法である。分子動力学に基づいた定式化によって式そのものに不連続を許容できるという点で近年注目されており、これによってひび割れの進展や分岐現象などより複雑な破壊を表現することができる。今回は 2022 年に我々が妥当性検証を行った Ordinary State Based PD (OSBPD) モデルを用いて、岩盤中の応力異方性がひび割れ進展に与える影響のモデル化を行う。

2. 方法論

OSBPD において基礎方程式は以下のような積分形で定式化される。

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathcal{H}_x} \{ \underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}, t) \langle \mathbf{x}' - \mathbf{x} \rangle - \underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}', t) \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}' \rangle \} dV_{x'} + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

ρ は材料点 x の質量密度、 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ は x の時刻 t における変位、 $\mathcal{H}_x$ は x から一定半径内の周辺領域を表す。 $\underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}, t) \langle \mathbf{x}' - \mathbf{x} \rangle$ は Force State と呼ばれる状態量で、時間 t において x の周辺領域内にある複数の材料点 x' から x に向かって作用する単位体積あたりの力密度（この相互作用関係を Bond と呼ぶ）を表している。 $dV_{x'}$ は今回の 2 次元モデルにおいては材料点 x' の面積を表しており、 $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$ は体積力密度ベクトルである。本論文では以降、式中の下線は状態量 State を表す。

本研究では後述する線形弾性体モデル (LPS モデル) を使用し、定式化に用いる OSBPD に基づいた運動方程式は式 (1) に示すとおりである。ここに登場した $\underline{\mathbf{T}}$ は後述する体積ひずみ θ_s および Bond の伸びの偏差 e^d を変数とするひずみエネルギー密度関数を Bond の方向にベクトル微分した値として次のように定義される。

$$\underline{\mathbf{T}} = \nabla W_{PD}(\theta_s, e^d) = t \frac{\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}}{|\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}|} \quad (2)$$

t は Force State $\underline{\mathbf{T}}$ のスカラー成分、 $(\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta})/|\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}|$ は t 秒後の 2 つの材料点の相対位置方向の単位ベクトルである。また 2 次元モデルにおけるひずみエネルギー密度関数 $W(\theta_s, e^d)$ は次のように表される⁵⁾。

$$W_{PD}(\theta_s, e) = \frac{\kappa \theta_s^2}{2} + \frac{\alpha}{2} (\omega(\xi) e) \bullet e \quad (3)$$

$\omega(\xi)$ は材料点同士の距離に依存する任意の影響関数であり、本研究ではガウス関数を用いた。また $e = |\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}| - |\boldsymbol{\xi}|$ であり、Bond のひずみ量を表している。 κ および α は構成則から決定する材料定数である。以上の定式化に基づいて表される物質を LPS (Linear Peridynamic Solid)²⁾ と呼ぶ。また式中に登場する $\bullet$ は任意のスカラー State $\underline{\mathbf{A}}, \underline{\mathbf{B}}$ を用いて次のように定義する。

$$\underline{\mathbf{A}} \bullet \underline{\mathbf{B}} = \int_{\mathcal{H}_x} \underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{B}} dV_{x'} \quad (4)$$

PD 理論では脆性的材料の破壊を表す際に臨界ひずみ損傷 model (Silling & Askari, 2005)³⁾ が用いられる。Bond の臨界ひずみ s_c は新たなひび割れ面を作るために必要なエネルギーに基づいて導出され (Madenci & Oterkus, 2014)⁴⁾、以下の式で表される (Zhang & Qiao, 2020)⁵⁾。

$$s_c = \sqrt{\frac{G_c}{(4k' - 8\mu)\chi' + 8\mu\chi}} \quad (5)$$

ここで G_c は単位面積あたりを形成するのに必要なエネルギーを表す臨界エネルギー解放率であり、実験から得られる値である。今回は花崗岩における値として 2N/m を用いた。 μ はせん断係数、 k' は 2 次元における体積弾性率であり、平面ひずみ条件下において以下の式で算出される。

$$k' = \frac{E}{2(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (6)$$

E, ν は材料のヤング係数とポアソン比を表しており、式 (5) 中の変数 χ および χ' は影響関数二依存する変数である。一般に用いられているパラメータの値を参考にして (Zhang & Qiao 2020)⁵⁾、本研究では $\chi = 0.1209$ 、 $\chi' = 0.3581$ とし、臨界ひずみ s_c をおよそ 1.6×10^{-4} とした。岩石の破壊強度はひずみ速度の関数であらわれ、ひずみ速度は引張力と比例する。そのため今回の解析では s_c を決定する際に、ひずみ速度を考慮してモデリングを行った。Bond のひずみが臨界ひずみ s_c と等しくなるかそれ以上になった時に破壊し、破壊された Bond はそれ以降、力を伝達することはない、もとに戻ることはない。

3. 解析条件

今回の解析では、応力が作用する領域を作用面からメッシュの大きさの2倍の厚みを持った体積と定義し、応力をその厚みで除すことによって、体積力に変換する。このようにして発破による撃力を体積力によって表現する。今回はメッシュサイズを 0.5 mm、つまり厚みを 1.0 mm として計算を行った。

発破荷重の作用する孔壁面は自由端とし、粒子が自由に動くことができるように設定している。発破荷重は発破孔の内側境界に配置された材料点に対して、次に示す波動関数を用いて発破荷重をモデル化して作用させる。

$$p = p_0 \times (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (7)$$

p は孔壁面に与えた発破荷重パラメータ、 t は時間を表している。今回の解析では $p_0 = 500(\text{MPa})$, $\alpha = 20$, $\beta = 200$ として発破を再現した。

また岩盤中の応力状態を再現するために鉛直及び水平方向に拘束圧を作用させる。こちらも応力境界面は自由端とし、0.01ms までの間に所定の荷重に達するように線形的に増加させていき、所定の荷重に達したところで 0.1ms まで応力状態を維持する。その後発破荷重を作用させてひび割れ進展のシミュレーションを行う。今回行った解析条件を下に示す

Table.1 解析条件

解析パターン	A	B	C	D	E	F
水平方向 (MPa)	0	0	0	5	5	10
鉛直方向 (MPa)	0	5	10	5	10	10

4. モデルの作成

今回の解析では応力異方性を表現するため応力を作用させやすいよう 2 次元矩形モデルを選択し、爆破するための孔をあらかじめ空いているものを作成した。材質は過去の実験⁶⁾をモデルするための妥当性検証の際に用いたものと同じく、以下に示す花崗岩のパラメータを用いた。

Table.2 花崗岩の特性

パラメータ	値	単位
密度	2.66×10^3	kg/m ³
ヤング率	7.0×10^{10}	Pa
ポアソン比	0.23	(no unit)

解析結果を右に示す。Fig.1 の A を見ると、拘束がないため四方にひび割れが広がっている。また B および C のように y 軸方向に主応力が作用している場合、主応力の値が大きくなるほど、主応力方向にひび割れが入る傾向が強く出る様子⁷⁾を再現できている。B と E、もしくは A、D、F を比較すると、拘束圧を強くすることで、ひび割れ進展が抑制されている。これは拘束によって材料点の変位が抑制されたために Bond のひずみ量が抑えられたためと考えられる。

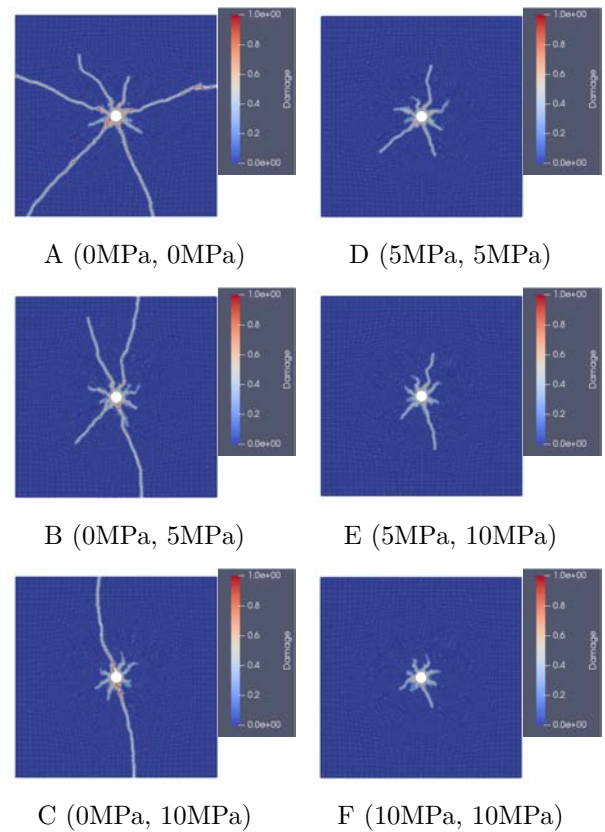


Fig.1 各パターンにおける損傷 φ の分布図

5. 結論と今後の課題

本研究では Ordinary State-Based PD を用いて土中の応力状態を模擬した荷重をかけ、応力状態がひび割れの生成にどのような影響を与えるかのシミュレーションを行った。結果として最大主応力方向に平行にひび割れが入る様子および拘束圧の強さに応じてひび割れが入りづらくなる様子を定性的に表現することができたといえる。

今後の課題としては爆破ガスの亀裂への侵入などをモデル化するために流体のモデルを導入し、固体と流体の 2 相を扱うことができるようモデルを改良し、岩石の弾塑性を考慮した 3D モデルの作成が挙げられる。

参考文献

- 1) Silling, S.A., (2000). *J. Mech. Phys. Solids.*, **48**(1), 175-209.
- 2) Silling, S.A., Epton, M. et al., (2007). *J. Elasticity.*, **88**, 151-184.
- 3) Silling SA, Askari E., (2005). *Comput Struct.*, **83**, 1526-35.
- 4) Madenci E, Oterkus E., (2014). *New York Springer*.
- 5) Zhang H., Qiao P., (2020). *Eng. Fract. Mech.*, **232**, 107040.
- 6) Banadaki, D.M.M., Mohanty, B. (2021). *Int. J. Impact. Eng.*, 40-41, 16-25.
- 7) Renshu, Y., Shizheng, F., Aiyun, Y., Huanzhen, X., Liyun, Y., (2020). *shock & vibration*, vol. 2020, Article ID 2124694, 14.