

第 I 部門

列車走行時に振動する鉄道橋上電柱が有する非線形特性の逆解析

大阪大学大学院工学研究科 学生員 ○高瀬 忠郁
 (公財) 鉄道総合技術研究所 正会員 松岡 弘大
 大阪大学大学院工学研究科 正会員 貝戸 清之

1. はじめに

鉄道橋上桁端に建植された電柱では、列車走行時に生じる桁たわみ振動が入力となり、線路平行方向に大きく振動する場合がある¹⁾。この大きな振動は、走行列車の移動輪重による鉄道橋振動の卓越振動数と鉄道橋上電柱の固有振動数が近接する共振現象に起因する。共振により電柱が過大に振動するとき、電柱振動に対して電柱が支持する線条類による拘束が発生し、線条類に過大な応力が生じた結果、線条類の破損や疲労破断に至る場合がある。これを踏まえ、電車線路設備保全のための電柱天端変位の目安値（電柱天端の全振幅80mm）が提案されている¹⁾。

線条類による拘束の有無は、電柱にとっては電柱天端変位に依存した付加ばねとして作用するため、その有無により固有振動数が異なると考えられる。また、線条類による拘束は、電柱振動 1 周期のうち電柱が右もしくは左に大きく変位する領域でのみ生じるため、電柱の固有振動数の変動は非常に短い時間で発生すると想定される。このような非線形特性が想定されるものの、電柱天端変位の目安値は橋りょう・電柱の線形シミュレーションに基づいており、電柱天端変位に依存した線条類の拘束による電柱振動の非線形特性を分析した事例はほとんどない。線形シミュレーションの適用範囲や電柱天端変位の目安値の妥当性を検証するため、電柱天端変位と線条類の拘束に伴う電柱の固有振動数の変動との関係を明らかにする必要がある。

線条類の拘束による電柱振動の非線形特性を分析するためには、列車走行時の桁変形を電柱への加振力とする時変システム同定の適用、および電柱天端変位に依存した瞬間的な固有振動数の変動の把握が必要である。以上を踏まえ、本研究では、鉄道橋に対して適用事例が存在する、走行列車の加振力特性を考慮した時変

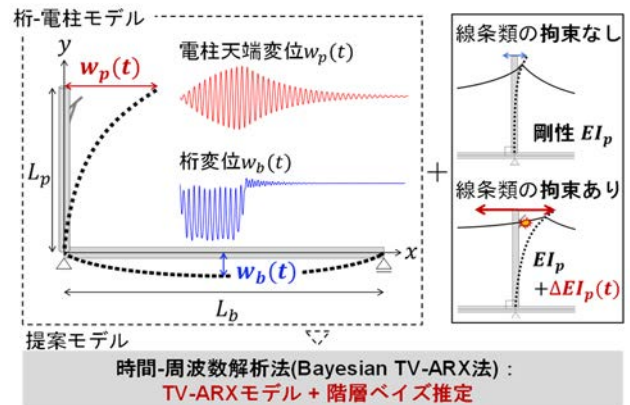


図-1 桁-電柱モデルおよび線条類による拘束の概要

システム同定法である Time-Varying Auto Regressive with eXogenous (TV-ARX) モデル²⁾について、桁変形が電柱への加振力となるよう再定式化を行った。さらに、数値解析により再定式化した TV-ARX モデルの妥当性を検証した。

2. 鉄道橋上電柱振動用の TV-ARX モデルの再定式化

列車走行時の桁変形を加振力として応答する電柱に対する TV-ARX モデルを定式化する。提案モデルは図-1 に示す桁-電柱モデルから立式する 1 自由度に縮減した電柱の運動方程式を中央差分により離散化することで導出でき、固有振動数の時間的な変動を許容するため、自己相関 (AR) 係数がランダムウォーク過程に従うと仮定するとき、式(1)および式(2)として表される。

$$w_m = A_m \cdot \alpha + W_m \cdot \beta_m + \epsilon_m \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \beta_{m+1} &= \beta_m + v_m \\ (m &= 1, \dots, M-1) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $m(m=1, \dots, M)$ は離散時点、 w_m は電柱天端変位応答、 $A_m \cdot \alpha$ は時点 m 、 $m-1$ 、 $m-2$ の外生成分（電柱位置における橋りょうのたわみ角成分）、 β_m は時点 $m-1$ 、 $m-2$ の電柱天端変位応答の AR 係数を要素に持つ時変 AR 係数ベクトルである。 ϵ_m は観測ノイズ、 v_m はランダムウォーク過程におけるシステムノイズであり、 ϵ_m と v_m は互いに独立であり、平均0、分散 σ_ϵ^2 と Σ_v

の正規分布に従う。また、 $\mathbf{A}_m$ は桁変位応答ベクトル、 $\mathbf{W}_m$ は電柱天端変位応答ベクトル、 Δ は時間刻みである。
時点 m における瞬間固有振動数 f_m は特性方程式を満たす極 $\lambda = \tilde{\lambda}$ を用いて式(3)より算出される。

$$f_m = \frac{1}{2\pi\Delta} \sqrt{\operatorname{Re}\{\ln(\tilde{\lambda})\}^2 + \operatorname{Im}\{\ln(\tilde{\lambda})\}^2} \quad (3)$$

3. 数値解析による検証

走行列車と同じ車軸配置を有する集中荷重列が電柱共振速度で走行する際の桁・電柱の運動方程式から導出されるモデル (Moving Load Model) において、線条類の拘束を表現するため電柱の剛性に対して電柱天端変位に依存する非線形性を式(4)および式(5)より導入した。

$$EI_p(t) = \begin{cases} EI_{p_0} & (|w_p(t)| < D_{lim}) \\ EI_{p_0} \cdot (1 + \Delta EI_{p_0}/EI_{p_0}) & (|w_p(t)| \geq D_{lim}) \end{cases} \quad (4)$$

$$\Delta EI_{p_0}/EI_{p_0} = K_{Rate}(|\psi_{p,1}(t) - D_{lim}|) \quad (5)$$

ここで、 EI_{p_0} は電柱のモード剛性、 $\psi_{p,1}(t)$ は電柱天端曲げ変位、 D_{lim} は目安値(線条類の拘束が始まる電柱天端変位)であり、 $1 + \Delta EI_{p_0}/EI_{p_0}$ は剛性上昇率である。また、 K_{Rate} は剛性上昇率の大きさを決定する係数である。

4. 適用結果

電柱の剛性に非線形性を導入しない ($K_{Rate} = 0.00$)、非線形性を導入する ($K_{Rate} = 0.01$) テスト波形をそれぞれ 3.に従い作成し、提案モデルに適用した結果をそれぞれ図-2、図-3に示す。数値解析で設定した剛性上昇率から算出した設定固有振動数を図下段の黒色実線、提案モデルにより算出した推定固有振動数を図下段の赤色実線で示す。

剛性上昇率の大きさに関わらず、設定固有振動数と推定固有振動数は概ね一致していることから、提案モデルにより瞬間的な固有振動数の変動を同定できるとともに、推定した固有振動数の変動の有無から非線形性が生じる区間についても概ね判断できることが分かった。一方、加振区間(列車が走行する 0.0 秒から 4.5 秒までの区間)において、推定した固有振動数に微小な変動が生じる。これは図上段の黒色実線で示す電柱振動の加振力である桁変位波形の変動周期と一致するため、桁変位波形に起因すると推察される。ただし、そのばらつきは最大 0.08Hz 程度であり、これを超える固

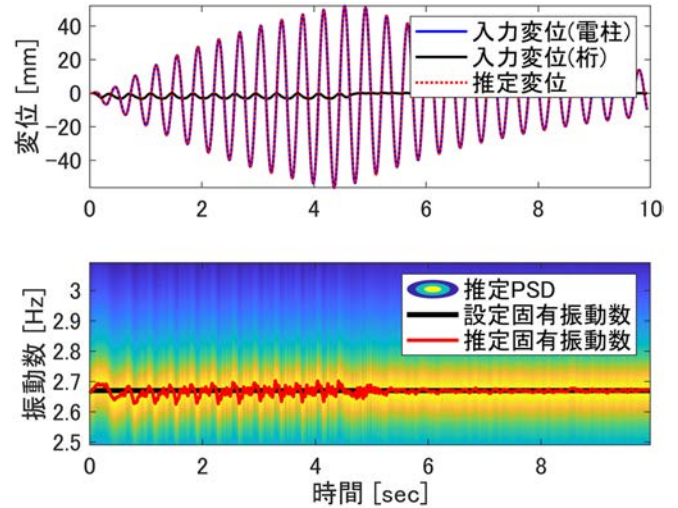


図-2 推定結果 (線形: $K_{Rate} = 0.00$)

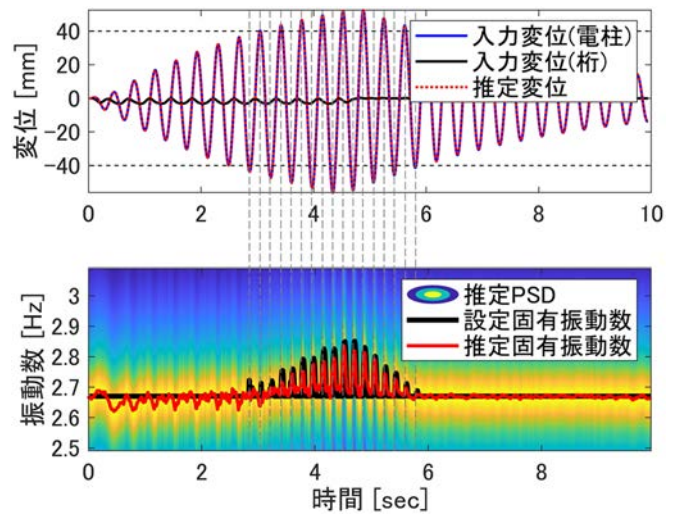


図-3 推定結果 (非線形: $K_{Rate} = 0.01$)

有振動数の上昇については適切に検知できると考えられる。

5. おわりに

本研究では、列車走行時に大きく振動することで線条類による拘束を受ける鉄道橋上電柱の瞬間的な固有振動数の変動を評価するため、桁変形を加振力とする TV-ARX モデルを再定式化した。テスト波形の適用を通じて、瞬間的な固有振動数の上昇を推定可能であることを確認した。

【参考文献】

- 1) Matsuoka, K., Tsunemoto, M. and Tokunaga, M.: Dynamic behaviour of railway poles built on bridges under train passage in high-speed railways and a simple evaluation method, *Engineering Structures*, Vol. 257, No. 114099, 2022.
- 2) Matsuoka, K., Kaito, K. and Sogabe, M.: Bayesian time-frequency analysis of the vehicle-bridge dynamic interaction effect on simple-supported resonant railway bridges, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 135, No. 106373, 2020.