第 VI 部門

離散確率分布による劣化過程の時間依存性を考慮した予測手法

大阪大学工学部　学生員　○四方滉也
大阪大学大学院工学研究科　学生員　山岸拓歩
大阪大学大学院工学研究科　正会員　貝戸清之

1. はじめに

近年，各地で社会基盤施設の劣化が問題となっている．そのような状況下で点検データを集積し統計的に劣化予測を行う手法が多数開発されてきた．

既往研究では，健全度間の推移を瞬間的な劣化確率であるハザードを用いて表し，劣化予測モデルを構築している．ハザードとしてワイブルハザード関数を与えた場合，劣化速度を経時変化させることが可能となる．しかし，推移確率の算出に多重積分を必要とするため分析者に求められるスキルが高くなると考えられ，また，推計時間が膨大となるなどの問題があり，適用事例の蓄積は少ない．そのため，時間依存性を考慮しつつも推定が比較的簡便なモデルが開発されれば劣化予測の際の選択肢の一つとなると考えられる．

以上の問題意識の下，本研究では劣化過程の時間依存性を考慮した離散時間モデルを構築する．具体的には健全度間の劣化過程を時間依存的なハザードを与え表現する．その際，ハザードを離散時間軸上で定義し，推移確率を算出する．離散時間モデルとしたとき推移確率は総和計算で算出できる．以下，2.では離散時間モデルの考え方について述べ，3.ではモデルの構築を行い．4.では実証分析を通して本研究の有用性を検証する．

2. 離散時間モデルの考え方

既往の劣化予測モデルは，健全度寿命を時間軸上の連続値として扱う（以下，連続時間モデル）．一方で本研究では健全度寿命を時間軸上の離散値として扱う．離散時間モデルにおいて劣化過程は単位時間毎の劣化生起の有無として表現できる．そのため，連続時間モデルと比較して概念的な理解が容易であるといえる．離散時間モデルでは，健全度$i(i=1,\dots,I)$の寿命を離散確率変数として扱う．$i=I$のとき，最も施設の劣化が進行している状態を表す．図-1 に健全度推移の例を示す．図-1 では施設の健全度が$1\rightarrow2\rightarrow3$と劣化する過程を示している．各健全度寿命は$x_1,x_2$であり，これは確率変数$X_1,X_2$からの実現値である．

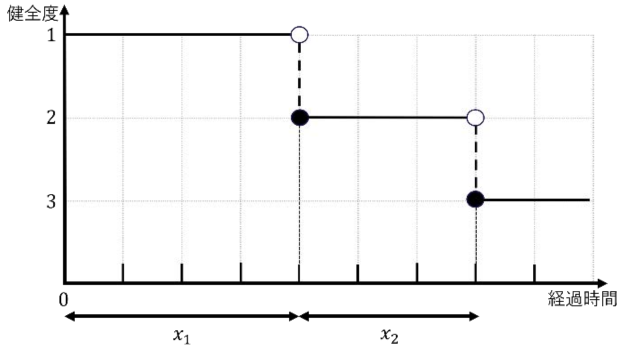

図-1 離散時間モデル

3. 離散時間モデルの構築

本研究では，離散時間モデルを構築する．その際健全度寿命が従う確率分布として離散ワイブル分布を用いる．Xを離散ワイブル分布に従う確率変数とするとき離散ワイブル分布の確率質量関数$r(x)=\mathrm{Prob}(X=x)$は，

$$r(x)=\exp\left\{-\left(\frac{x-1}{\eta}\right)^m\right\}-\exp\left\{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^m\right\} \quad (1)$$

である．また，累積分布関数$R(x)$は

$$R(x)=1-\exp\left\{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^m\right\} \quad (2)$$

である．なお，η,mはそれぞれ，離散ワイブル分布の尺度パラメータと形状パラメータである．η,mを変化させることにより，時間依存的な劣化過程を表現できる．

離散時間モデルにおいてハザードは，時点$x-1$まで健全度を維持しているという条件の下，時点xにおいて健全度が推移する条件付き確率質量として算出される．健全度$i(\neq I)$に対するハザードをλ_iとおくと，(1),(2)より次式で与えられる．

$$\begin{aligned}\lambda_i(x_i)&=\frac{r(x_i)}{1-R(x_i-1)}\\&=1-\exp\left\{\left(\frac{x_i-1}{\eta_i}\right)^{m_i}-\left(\frac{x_i}{\eta_i}\right)^{m_i}\right\}\end{aligned} \quad (3)$$

いま，健全度推移$i-1\rightarrow i(i\neq I)$が生起した直後であるとする．この時点を基準とした時点x_iにおいて健全度推移$i\rightarrow i+1(i\neq I)$が生起する確率質量関数$f_i(x_i)$は，

Koya SHIKATA, Takuho YAMAGISHI and Kiyoyuki KAITO
k.shikata@civil.eng.osaka-u.ac.jp

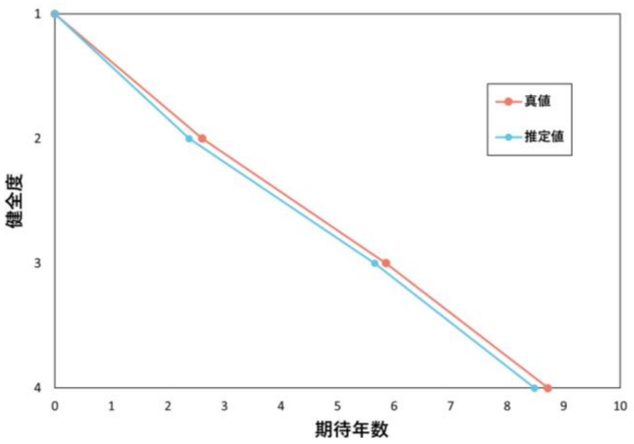

図-2 期待劣化パス

$$f_i(x_i) = \exp\left\{-\left(\frac{x_i-1}{\eta_i}\right)^{m_i}\right\} \times \left[1-\exp\left\{\left(\frac{x_i-1}{\eta_i}\right)^{m_i} - \left(\frac{x_i}{\eta_i}\right)^{m_i}\right\}\right] \tag{4}$$

と表される．一方x_iにおいても引き続き健全度iが継続する生存関数を$\tilde{F}_i(x_i)$と表すと次式で与えられる．

$$\tilde{F}_i(x_i) = \exp\left\{-\left(\frac{x_i}{\eta_i}\right)^{m_i}\right\} \tag{5}$$

$f(x), \tilde{F}(x)$を用いて目視点検が 2 回実施されている場合の推移確率を考える．初期時点をτ_0とする．τ_0を基準とした 2 時点$\tau_A, \tau_B (\tau_0 < \tau_A < \tau_B)$でそれぞれ健全度$i, j (i \leq j \leq I-1)$が観測されたとする．1 回目の点検までの時間を$s_A (= \tau_A - \tau_0)$，1 回目と 2 回目の点検間隔を$s_B (= \tau_B - \tau_A)$とすると 2 時点$s_A, s_B$で健全度$i, j$が観測される同時生起確率$\pi_{ij}(s_A, s_B)$は次式で与えられる．

$$\pi_{ij}(s_A, s_B) = \sum_{y_i=0}^{s_A-(i-1)} \sum_{\zeta_1=1}^{s_A-y_i-(i-2)} \cdots \sum_{\zeta_{i-2}=1}^{s_A-y_i-1-\sum_{m'=1}^{i-3}\zeta_{m'}} \sum_{z_i=1}^{s_B-(j-i+1)} \cdots \sum_{\zeta_{i+1}=1}^{s_B-z_i-(j-i)} \sum_{\zeta_{j-1}=1}^{s_B-z_i-\sum_{n=i+1}^{j-2}\zeta_n} \prod_{m=1}^{i-1} f_m(\zeta_m) f_i(y_i+z_i) \times \prod_{l=i+1}^{j-1} f_l(\zeta_l) \tilde{F}_j\left(s_B - z_i - \sum_{l'=i+1}^{j-1}\zeta_{l'}\right) \tag{6}$$

本研究では離散ワイブル分布の尺度パラメータηをパラメータβと定数xを用いて次式で与える．

$$\eta = \exp(\beta x) \tag{7}$$

サンプル$k (k = 1, \ldots, K)$の実測データを $\bar{\boldsymbol{s}}^k \{\bar{\boldsymbol{s}}^k = (s_A^k, s_B^k)\}$とし，離散ワイブル分布のパラメータを$\boldsymbol{m} (= m_1, \ldots, m_{I-1})$，$\boldsymbol{\beta} (= \beta_1, \ldots, \beta_{I-1})$とし，更に$\boldsymbol{\gamma} = (\boldsymbol{m}, \boldsymbol{\beta})$とする．目視点検により獲得される情報を$\boldsymbol{\Xi}$と表すと，尤度関数$\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \Xi)$は次式で与えられる．

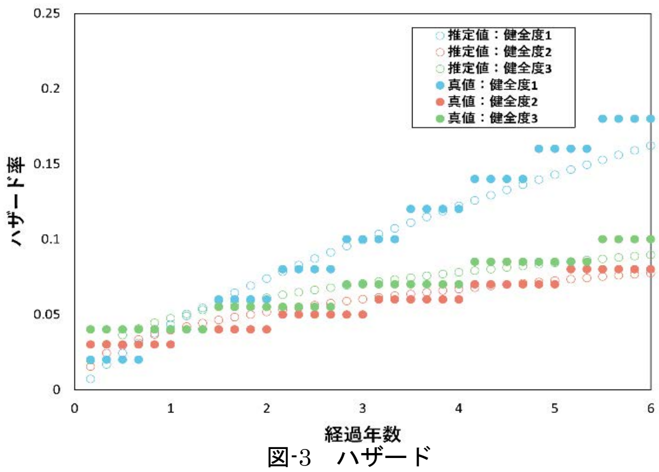

図-3 ハザード

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \Xi) = \prod_{i=1}^{I} \prod_{k=1}^{k'} \{\pi_i(\bar{\boldsymbol{s}}^k, \boldsymbol{\gamma})\}^{\bar{\delta}_i^k} \prod_{i=1}^{I} \prod_{j=i}^{I} \prod_{k=k'+1}^{K} \{\pi_{ij}(\bar{\boldsymbol{s}}^k, \boldsymbol{\gamma})\}^{\bar{\delta}_{ij}^k} \tag{8}$$

$\mathcal{L}(\boldsymbol{\gamma}, \Xi)$を用いてベイズ推定法でパラメータ推定を行う．

4. 実証分析

時間経過に伴いハザードが増加する条件の下でシミュレーションデータを作成し，推定を行った．結果を図-2,図-3 に示す．図-2 より真値と推定値のそれぞれに基づいて算出した期待寿命が殆ど一致していることがわかる．また図-3 より真値と推定値によるハザードの変化が同様の傾向を示していることがわかる．そのため，本研究で用いたデータでは加速度的な劣化過程の検出が，十分な精度で行えているといえる．

5. おわりに

本研究では，健全度間の劣化過程の記述にハザードを導入し多段階ハザードモデルを構築した．その際，離散ワイブル分布より算出したハザードを用いることにより，時間依存性の考慮が可能な離散時間モデルを構築した．離散時間モデルとすることにより総和計算で推定を実施することが可能となった．また，シミュレーションデータを用いて推定を行い，構築したモデルが加速度的な劣化過程を検出可能であることを示した．今後は，実際の点検により得られたデータを用いた推計を実施し，改めて有用性を実証していく必要がある．

【参考文献】

1) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.