

## 第 I 部門 ワッサースタイン計量を用いた類似度評価による地震波センブランス解析の試み

京都大学工学部 学生会員 ○奈良 樹  
 京都大学防災研究所 正会員 後藤 浩之

## 1. はじめに

地震波形の類似度の評価は地震工学における重要な要素の一つである。例えば、地震動の空間的な変動の把握や波形インバージョン、センブランス解析などでは、地震波形の類似度の評価が必要となる。近年、地震波形の類似度を評価する手法として最適輸送理論の距離関数の一つであるワッサースタイン計量を用いることが提案されている<sup>1)</sup>。これは Full Waveform Inversion(FWI) と呼ばれる地震観測記録から直接地下の速度構造を推定する問題において有効であることが示されている。しかし、FWI以外に地震工学の分野において波形の類似度の指標としてワッサースタイン計量を適用した研究はなされていない。

本研究では、地震波形の類似度の指標としてワッサースタイン計量を用いてセンブランス解析を行い、従来手法と比較する。

## 2. ワッサースタイン計量の概要

確率密度関数 $\tilde{f}(t), \tilde{g}(t)$ の累積分布関数をそれぞれ $F(t), G(t)$ とすると、ワッサースタイン計量 $W_2^2$ は次式のように定義される。

$$W_2^2 = \int_0^1 |F^{-1}(y) - G^{-1}(y)|^2 dy \quad (1)$$

地震波形に対してワッサースタイン計量を適用するためには、地震波形 $f(t), g(t)$ を確率密度関数 $\tilde{f}(t), \tilde{g}(t)$ に変換する必要がある。そこで次式のような操作を行う<sup>2)</sup>。

$$f_s(t) = \ln(e^{b(f(t))} + 1) \quad (2)$$

$$\tilde{f}(t) = \frac{f_s(t)}{\int_{t_1}^{t_2} f_s(t) dt} \quad (3)$$

別の地震波形 $g(t)$ についても同様の操作を行い、式(1)に基づいてワッサースタイン計量 $W_2^2$ を計算する。

## 3. ワッサースタイン計量とセンブランス係数の比較

センブランス解析とは、地震計アレイにおける観測波形の走時差と地震計間距離から波群の伝播速度と到来方向を推定する解析手法をいう。解析過程に

おいて、波形の類似度を評価する必要があるが、その指標としてセンブランス係数を用いるのが一般的となっている。本研究では、波形の類似度の指標としてワッサースタイン計量を用いてセンブランス解析を試みるが、まずワッサースタイン計量 $W_2^2$ とセンブランス係数 $S_e$ の性質の比較を行う。JR鷹取駅で観測された1995年兵庫県南部地震における加速度波形のEW成分を $f(t)$ とし、同一波形の時間ずれ(図1)に対する各類似度指標の挙動を考察した。図2、図3のように、 $W_2^2$ 、 $S_e$ ともに類似度の最大点は時間ずれ0[s]となっているが、 $S_e$ は時間ずれに対して細かく振動し、局所解が複数出現している。一方、 $W_2^2$ は時間ずれに対して凸性を示し、類似度の最大点を大域的に判断できることが分かる。

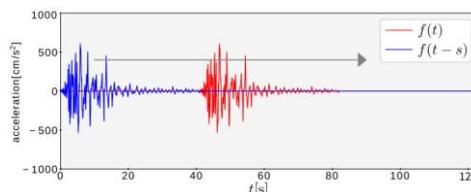


図1. 同一の地震波形の時間シフト

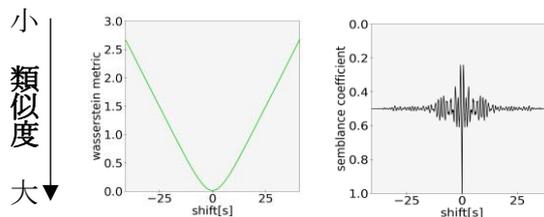


図2.2 波形間の $W_2^2$

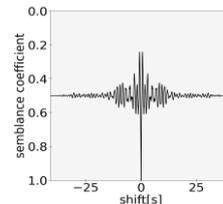


図3.2 波形間の $S_e$

## 4. センブランス解析の対象

本研究では、2018年6月18日7時58分に発生した大阪府北部の地震を対象とし、図4のような大阪市福島区にある地震計アレイ<sup>3)</sup>を用いてセンブランス解析を行った。各地震計で観測された速度波形のUD成分を図5に示している。

図5の50[s]以降に着目すると、実体波が到達してから時間が経過しているのにも関わらず、地震動が継続していることが分かる。これは、大阪平野が盆地状の地形であるため、長周期の表面波が励起され、平野

内に長時間留まり続けるからだと考えられている。関口ら<sup>4)</sup>によるシミュレーションでは、盆地境界で後続波が生成され、様々な方向に伝播して大阪平野内に複雑な波動場が生成される様子が再現されている。

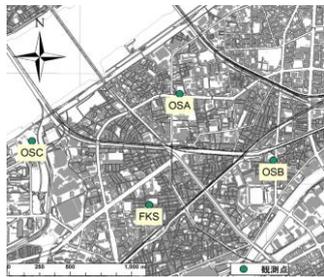


図4. 大阪市福島区の地震計アレイ Velocity(UD)

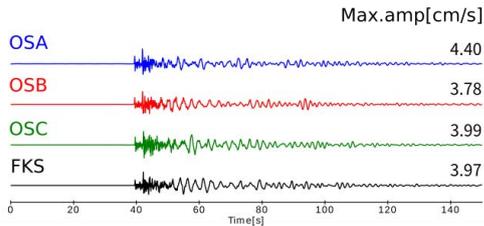


図5. 各地震計で観測された速度波形(UD成分)

### 5. 解析結果

解析結果の見方を図6に示す。伝播速度を $c$ 、到来方向を $\phi$ とすると、それらの値によって波形の類似度が各々定まる。極座標 $(\frac{1}{c}, \phi)$ 平面上にコンターマップを描き、赤色に近いほど波形の類似度が大きく、青色に近いほど波形の類似度が小さい。白丸は波形の類似度の最も大きい点を示しており、そのときの $c, \phi$ がそれぞれ実際の伝播速度と到来方向を示していると推定できる。

表面波に着目する前に、到来方向が北東方向と推定される実体波に対してセンブランス解析を行い、その整合性を

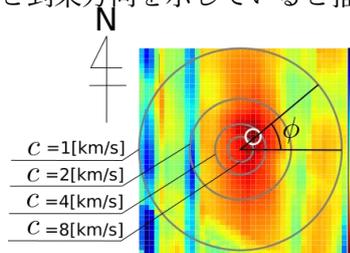


図6. 解析結果の見方

を確認する。時間ウィンドウを2[s]とし、実体波に対してセンブランス解析を行った(図7)。P波・S波の到達時には $W_2^2, S_e$ ともに北東方向に解が出現しており、整合性の取れた結果となった。

次に表面波に対するセンブランス解析の結果を図8に示す。時間ウィンドウは10[s]としている。 $S_e$ に着目すると、伝播速度が不自然な解となっている時間ウィンドウが存在する。つまり、様々な方向から波群

が到来している状況下で $S_e$ を用いると正確な解析が出来ない可能性がある。

全体として、 $W_2^2$ の方が局所解が少ない傾向にあり、解析解の特徴を大域的に捉えられることが分かる。しかし、波群の到来方向が既知の場合で表面波に対してセンブランス解析を行い、 $W_2^2$ の信頼度の更なる検討が必要である。

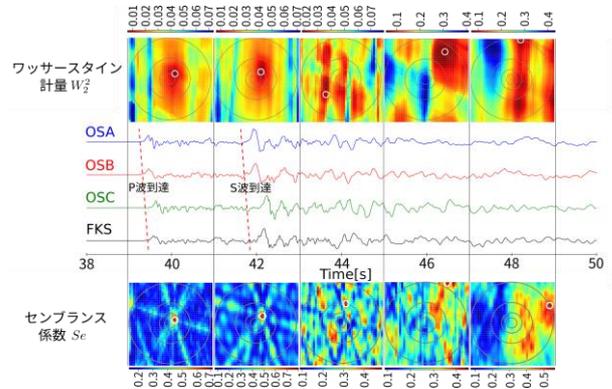


図7. 実体波に対する解析結果(39[s]~49[s])

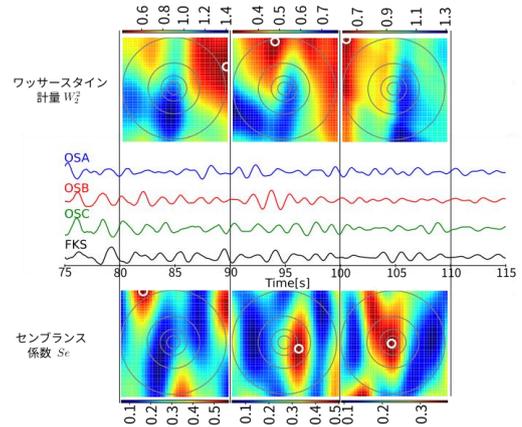


図8. 表面波に対する解析結果(80[s]~110[s])

### 謝辞

本研究は JSPS 科研費 (19H02224, 21H01418, 21K18791) の助成を受けて実施しました。

### 参考文献

- 1) Bjorn Engquist and Brittany D Froese. Application of the wasserstein metric to seismic signals. *arXiv preprint arXiv:1311.4581*, 2013.
- 2) Bjorn Engquist and Yunan Yang. Optimal transport based seismic inversion: Beyond cycle skipping. *arXiv preprint arXiv:2002.00031*, 2020.
- 3) 水上昌信, 欽田泰子, 後藤浩之, 福島康宏. 大阪平野における高密度地震観測システムの構築. 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集, 2018.
- 4) H.Sekiguchi, K.Asano and T.Iwata. Strong ground motion simulation in Osaka Basin, Japan, for the 2018 Northern Osaka Prefecture Earthquake. In *Proceeding of 17th World Conference on Earthquake Engineering*, No. C001162, Sendai, Japan, September 13th to 18th 2020.