

京都大学工学部地球工学科 学生員 ○合田 賢輝  
 京都大学大学院工学研究科 正会員 古川 愛子  
 神鋼鋼線工業(株) 非会員 鈴木 実

## 1. 研究の背景と目的

ケーブル構造物である斜張橋や吊り橋等では、施工及び維持管理をする上でケーブル張力が設定張力を満足するか確認する必要がある。現在ではケーブルの固有振動数によって張力を推定する高次振動法<sup>1)</sup>が用いられている。しかし近年、ケーブルの振動を低減するためにダンパー(制振装置)が取り付けられるようになり、高次振動法では正確に張力を求められないと懸念されている。これを受けて廣瀬<sup>2)</sup>などによりダンパーを有するケーブルの張力推定手法が提案されてきた。しかしこれらはダンパーを一つ有する場合にしか対応していない。一方で、実際の橋梁ケーブルはその限りではなく主桁側と主塔側の両方にダンパーを有するものも存在する。そこで本研究ではダンパーを2つ有するケーブルの張力推定手法の提案を目指している。

## 2. 張力推定手法の提案

先行研究<sup>2)</sup>と同様、本研究では以下のように張力推定を行う。まず加振センサーを設置したケーブルを加振し、加速度波形を得る。この加速度波形をフーリエ変換し、複素モードの固有振動数を求め、固有振動数が満たすべき張力推定式(制約式)に代入する。未知数の数以上の制約式を立式し、それらに最小二乗法を適応して張力を推定する。例として、ダンパーのないケーブル単体の張力推定式<sup>1)</sup>(両端単純支持)を式(1)に示す。

$$f_i^2 = \frac{\pi^2 EI}{4\rho AL^4} i^4 + \frac{T}{4\rho AL^2} i^2 \quad (1)$$

ここで  $i$ :モード次数,  $f_i$ :モード次数  $i$  の固有振動数,  $L$ :ケーブル長,  $T$ :張力,  $EI$ :曲げ剛性,  $A$ :断面積,  $\rho$ :密度である。未知数は  $T$  と  $EI$  の2つなので2つ以上立式すれば張力を推定できる。

以下では本研究での張力推定式を導出する。本研究ではダンパーを2つ有するケーブルを図1のようにモデル化した。ケーブルを張力のかかったはりともみなすと、面外方向たわみの振動方程式は式(2)で表せる。

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

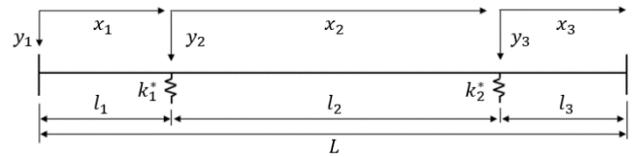


図1 モデル図

各ダンパー位置での連続条件と両端固定の境界条件のもと式(2)を解くと、最終的に式(3)が得られる。

$$G_{1i} \sin \alpha_i L + G_{2i} \cos \alpha_i L + G_{3i} = 0 \quad (3)$$

$$\alpha_i = \sqrt{\left(\frac{T}{2EI}\right)^2 + \frac{\rho A f_i^2}{4\pi^2 EI} - \frac{T}{2EI}} \quad (4)$$

ここで  $G_{1i} \sim G_{3i}$  はケーブル長, 張力, 曲げ剛性, ダンパー諸元, 断面積, 密度を含む複素関数,  $\alpha_i$  は式(4)で表せる値であり, 下付きの  $i$  はモード次数を表している。式(3)を正規化したものを本研究の張力推定式とした。

また, ダンパーは複素バネでモデル化されるため, 張力推定式で用いられる固有振動数  $f_i^t$  は複素数である。一方計測で得られる固有振動数  $f_i^m$  は実数であるため, 以下のような未知数  $H_i$  を導入することでこの問題に対応している。

$$f_i^t = f_i^m (1 + H_i) \quad (5)$$

この  $H_i$  は減衰比に関する値であり, 以降虚実比と呼ぶ。

## 3. 数値実験による検証

提案式の妥当性を検証するため数値実験を行った。実橋データを元にした10個のモデルにおいて, 有限要素法で求めた固有振動数を用いて張力推定を行った。ダンパーは高減衰ゴムダンパー  $k_i = ku_i + jkv_i$  を仮定した。例として, モデル No.1 の諸元は  $L=91\text{m}$ ,  $T=3103\text{kN}$ ,  $EI=274\text{kN}\cdot\text{m}^2$ ,  $\rho A=34.7\text{kg/m}$ ,  $ku_i=631\text{kN/m}$ ,  $kv_i=158\text{kN/m}$  であり, ダンパー位置は  $l_1=1.785\text{m}$ ,  $l_2=6.964\text{m}$  である。

未知数が張力  $T$ , 曲げ剛性  $EI$ , ダンパー諸元4つ  $(ku_1, kv_1, ku_2, kv_2)$ , モード次数ごとの虚実比  $H_i$  の計6個+モード次数の数だけあるため, 固有振動数は8次までの8つを用いた。未知数は MultiStart 法により推定した。MultiStart 法は, 最小二乗法における初期点を複数

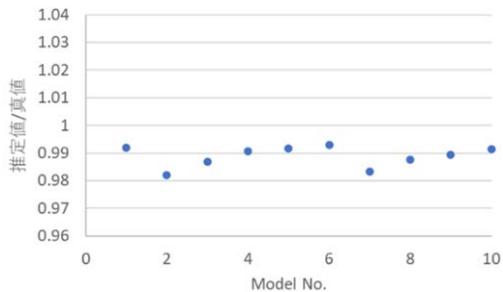


図2 張力推定結果

設定し、各初期点に対する最適解の中で残差二乗和平方根が最小となるものを大域的最適解と見なすものである。本研究では初期点の数を100とした。また、探索範囲は  $T$  は真値の0.26~2倍、 $EI$  は真値の0.1~2倍、 $ku_1, kv_1, ku_2, kv_2$  は真値の0~10倍、 $H_i$  は0~0.01とした。張力推定結果を図2に示す。縦軸は張力の推定値を真値で割った値であり、1に近いほど精度が良い。図2では張力推定誤差は2%以内と、良い精度であることがわかる。

#### 4. 模型実験による検証

提案式の妥当性検証のため模型実験を行った。実験装置の概要を図3に示す。ケーブルには半径15.2mm、ケーブル長6731mmのPC鋼より線を用いた。ダンパーの数は0,1,2個の3通り、設定張力は20,30,60kNの3通り、そして設置位置を様々変えて計29パターン行った。No.1~3はダンパー0個、No.4~10はダンパー1個、No.11~29はダンパー2個のケースである。

ダンパーを高減衰ゴムダンパーとして張力推定を行った結果は図4の通りである。未知数を推定する際の探索範囲は、 $T$  は真値(ロードセルの値)の0.26~2倍、 $EI$  は設計値の0.1~10倍、 $ku_1, kv_1, ku_2, kv_2$  は0~ $\infty$ 、 $H_i$  は0~0.1とした。図4よりダンパー0個の場合では誤差5%以内の精度で推定できているが、ダンパーを有するモデルでは十分な精度が得られていない。

そこでダンパーモデルを  $k_i = ku_i + j(kv_i + \omega^2 c'_i)$  と廣瀬<sup>2)</sup>が提案したモデルに変え、再度張力推定を行った。 $c'_1, c'_2$ の探索範囲は0~1とした。新しく未知数が2つ( $c'_1, c'_2$ )増えるため、固有振動数は9次までを用いた。また、検証はダンパー2個のモデルであるNo.11~29のみで行った。その結果を図5に示す。凡例「廣瀬(範囲変更)」は $ku_1, kv_1, ku_2, kv_2$ の探索範囲を狭めたものであり、狭めた方が精度がよい。一方で、高減衰ゴムダンパーを仮定した場合は逆に、範囲を狭めた方が精度は悪くなるという結果が得られた(図6)。これより、適切なダンパーモデルを用いることで範囲を狭めることができ、精度が向上することがわかる。

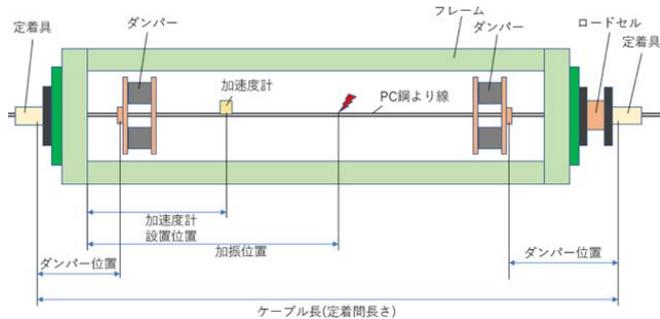


図3 実験装置の概要

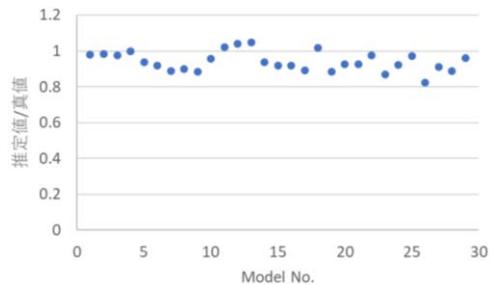


図4 張力推定結果(高減衰ゴムダンパーを仮定)

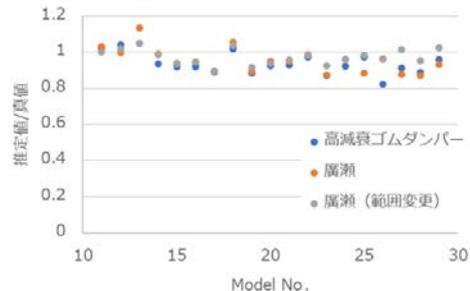


図5 ダンパーモデル毎の張力推定結果の比較

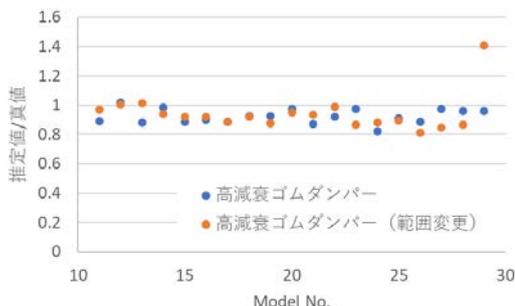


図6 高減衰ゴムダンパーを仮定したときの探索範囲の影響

#### 5. 結論

ダンパーを2つ有するケーブルの張力推定手法を開発し、数値実験において誤差2%以内と十分な精度で張力推定が行えることを確認した。模型実験では適切なダンパーモデルを用いることで、誤差10%程度で張力を推定することができた。

参考文献 1) 山極伊知郎, 他: 高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法, 日本機械学会論文集(C編), 66巻, 649号, pp.2905-2911, 2000年9月. 2) 廣瀬克也: ダンパーを有するケーブルの張力推定手法の改良, 令和2年度 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻修士論文, 2021年2月.