第 III 部門　　要素-粒子混成法による地盤大変形シミュレーション法の開発

京都大学　学生員　○竹川 遊大
京都大学大学院　正会員　肥後 陽介
京都大学大学院　学生員　内山 大智
清水建設技術研究所　正会員　桐山 貴俊
JFE スチール (株)　正会員　道野 正嗣

1.　はじめに

地盤の大変形解析には粒子法の一種である Material Point Method (MPM) が適用可能である.[1] MPM では物質点に質量を与えつつ，支配方程式は背景の計算格子上で解く．当初の MPM が有する補間関数の形式による数値振動を抑制するため，粒子の支配領域を設定し補間関数を再定義した Generalized Interpolation Material Point Method (GIMP 法) が提案された.[2] GIMP 法では支配領域の連続性は考慮せず，不連続的な大変形の解析に優れている．また，GIMP 法のさらなる派生手法である Second-order Convected Particle Domain Interpolation (CPDI2) 法および Arbitary Particle Domain Interpolation (APDI) 法では支配領域の連続性を保ち，比較的均一な変形の解析に優れている．GIMP 法と APDI 法の適用性の違いから，両者を組み合わせて用いる要素-粒子混成法が提案された．要素-粒子混成法では，変形の小さい領域で APDI 法，変形の大きい領域で GIMP 法を用いることにより，大変形での解析精度を維持したまま，計算の効率化が可能である.[3]

本研究では 1 相の要素-粒子混成法を矢板貫入問題に適用し，有効性を検証した．

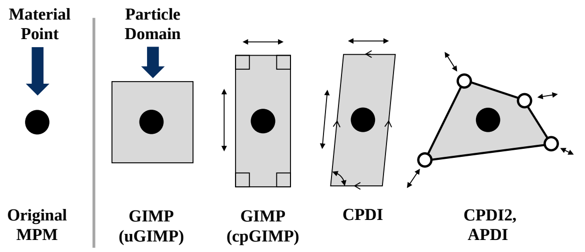

Fig.1　MPM の主な派生手法の支配領域の概念図

2.　APDI 法の補間方法と定式化

APDI 法では頂点を導入し，粒子支配領域の重複や隙間がなく連続性を保ったまま大変形解析を行うことができる．粒子の情報は頂点が属する格子の格子点に補間するので，隣接する APDI 粒子との連続性は常に担保される．APDI 法での補間関数は以下のように定式化される．

$$\phi_{ip} \simeq \frac{1}{V_p}\sum_{\alpha=1}^{4}\left(\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} s_j s_k N_{\alpha}^{p}(\xi_j,\eta_k)\,|J(\xi_j,\eta_k)|\right) S_i(\boldsymbol{X}_{\alpha}^{p}) \qquad (1)$$

ここで，p,α,i は粒子，頂点，格子点を表す添字であり，j,k は数値積分の積分点を表す添字である．V_p は粒子体積，s_j,s_k は数値積分に伴う重み係数，ξ_j,η_k は積分点の座標，$N_{\alpha}^{p}(\xi,\eta)$ は支配領域内の形状関数の局所座標表示，$J(\xi,\eta)$ は局所座標への変数変換に伴うヤコビ行列，$S_i(\boldsymbol{X}_{\alpha}^{p})$ は頂点 α と格子点 i の形状関数である．これを粒子と格子点の補間関数として用い，格子点上で運動方程式，粒子上で構成式を解く．頂点の位置更新は $S_i(\boldsymbol{X}_{\alpha}^{p})$ を補間関数として用いて行う．

一方 GIMP 法では，粒子の情報を所属格子とその周囲の格子の格子点に補間する．GIMP 法では支配領域は長方形の形状を持ち，GIMP 粒子が存在しない格子が続くと，内力などの情報が格子点に補間されず，連続体の外部として扱われる．特に支配領域を更新しない uniform GIMP (uGIMP) 法は，不連続性の表現に適している．

3.　要素-粒子混成法

要素-粒子混成法では，変形が小さいと予想される領域で APDI 法，変形が大きいと予想される領域で uGIMP 法を用いる．APDI 法は GIMP 法よりも計算量を抑えることができ，境界値を計算できる利点がある．一方，GIMP 法は APDI 法よりも大変形解析の精度が高い．要素-粒子混成法は，APDI 法により計算量を減らしつつ GIMP 法により大変形解析の精度を保つことができ，両者の長所を活かした手法と言える．

要素-粒子混成法では，Fig.2 の左図のように，APDI 領域と GIMP 領域で解像度が異なると，境界付近で GIMP 粒子の情報のみが補間される格子が存在することになり，挙動の不連続性が生じる．この問題を防ぐため，Fig.2 の右図のように APDI 法と GIMP 法の境界では，あらかじめ両者の解像度を合わせておく．

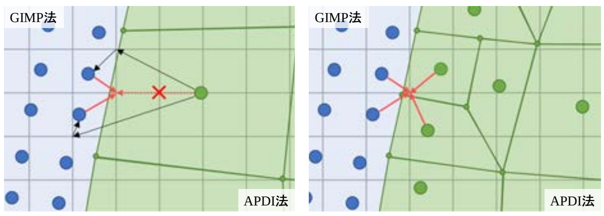

Fig.2　要素-粒子混成法の境界付近の概念図

Yudai TAKEGAWA, Yosuke HIGO, Daichi UCHIYAMA, Takatoshi KIRIYAMA, Masashi MICHINO
higo.yohsuke.5z@kyoto-u.ac.jp

4. 矢板貫入解析

数値解析例として，矢板を地盤に貫入する矢板貫入解析を要素-粒子混成法を用いて行った．解析モデルを Fig.3，材料パラメータを Table.1 に示す．また，解析結果を Fig.4，Fig.5 に示す．なお，時間増分 dt は $2.0 \times 10^{-4} sec$，減衰定数を 0.05 として，4,000,000 ステップまで貫入した．

解析結果から，要素-粒子混成法は矢板貫入解析に適用できているとわかる．矢板まわりの地盤の大変形を GIMP 粒子が表現し，小変形領域および地表面の変形は APDI 粒子がうまく表現している．また，両手法の境界付近で連続性が途切れることはなく，地盤の挙動は問題なく表現できた．同等の GIMP 法による解析結果では，地表面形状を明示化できず，表層の粒子が分離する問題が発生した．一方，要素-粒子混成法では，それらの問題は解決され，さらに，粒子数を 70%減らすことができ，計算速度が改善された．今回の解析は矢板の地表面より上側の粒子を変位固定し，貫入速度を一定とする制御法であるため，矢板が座屈する現象が見られた．

また，OpenMP によるプログラムの並列化も行い，解析時間は最大で 90%ほど減少した．

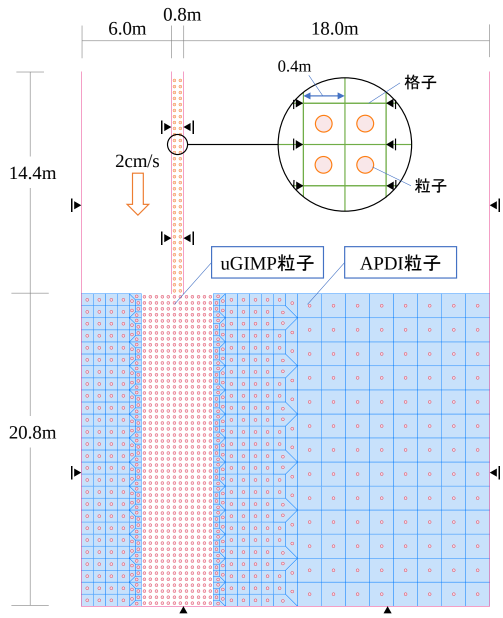

Fig.3 矢板貫入解析の解析モデルの模式図

Table.1 矢板貫入解析に用いた材料パラメータ

	矢板材料	地盤材料
実質密度 ρ	7.85 (Mg/m^3)	1.53 (Mg/m^3)
ラメ定数 λ	4.20×10^7 (kPa)	9.48×10^3 (kPa)
ラメ定数 μ	2.80×10^7 (kPa)	6.31×10^3 (kPa)
粘着力 c	-	8.50 (kPa)
内部摩擦角 ϕ	-	30.0 (deg)
ダイレタンシー角 ψ	-	10.0 (deg)
構成モデル	弾性体	MCDP

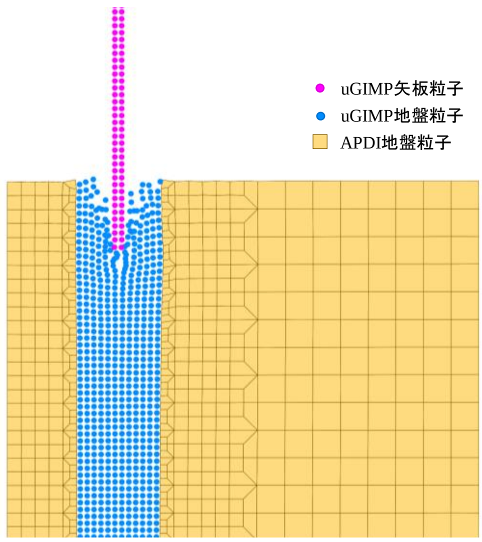

Fig.4 矢板貫入解析の解析結果 ($t = 200sec$)

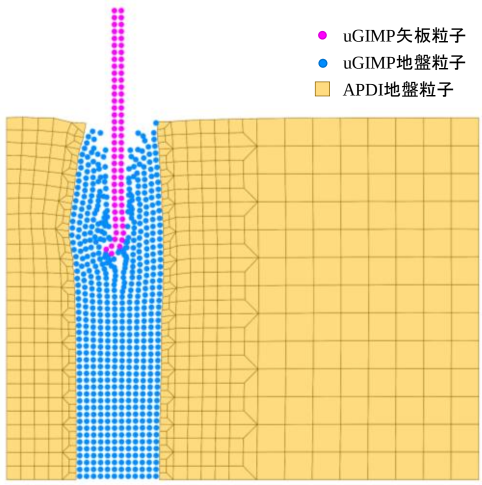

Fig.5 矢板貫入解析の解析結果 ($t = 400sec$)

5. 結論と今後の課題

要素-粒子混成法を矢板貫入問題に適用し，GIMP 法の粒子は矢板まわりの不連続的な大変形を効果的に表現し，同時に小変形領域で APDI 法を用いることで，粒子数を減らし，表層付近での粒子の分離が防止できることを確認した．今後は，構造物と地盤の相互作用のモデル化を行い，すべりを表現する．また，種々の準静的大変形問題への要素-粒子混成法の適用を進める．

参考文献

1) Sulsky, D., Chen, Z. and Schreyer, H.L. : *Comput. Methods Appl. Engrg.*, **118**, pp.179-196, 1994.

2) Bardenhagen, S.G. and Kober, E.M. : *Computer Modeling in Engineering and Science*, **5**(6), pp.477-495, 2004.

3) Kiriyama, T. and Higo, Y. : *Soils and Foundations*, **60**(6), pp.1422-1439, 2020.