

## 1. はじめに

我が国の下水道事業においては、施設の老朽化や職員の減少が深刻化する一方で、人口減少に伴う使用料収入の減少が見込まれるなどの問題が顕在化している。このような背景の下、多くの下水道施設においてPPP/PFIの導入が進められており、包括的民間委託を筆頭にその導入件数は年々増加している。包括的民間委託においては、包括発注方式及び複数年契約方式によるコスト削減及び各種事務作業の省略、性能発注方式による運転管理者の裁量範囲の拡大等、下水道施設の効率的な運用が期待される。しかし、その導入効果はアンケートという形でしか評価されておらず、下水道事業の特性を考慮しながら、客観的かつ定量的に、その効果を評価しうる方法論は確立されていない。そこで本研究においては、個々の下水道施設における管理効率性を二通りの観点から定量化し、定量化された管理効率性に基づき包括的民間委託の導入効果を事後的に評価するための方法論を提案する。

## 2. 確率的フロンティアモデル

本研究においては下水道施設の管理効率性を確率的フロンティア分析により推定する。ある時点 $t$ における確率的生産フロンティアモデルは、ランダムな外的要因の影響を表す確率項 $\exp(v_{d,i,t})$ を用いて、

$$Y(\mathbf{y}_{d,i,t}, \boldsymbol{\alpha}) = f(\mathbf{x}_{d,i,t}, \boldsymbol{\beta}, w_d) E_{d,i,t} \exp(v_{d,i,t}) \quad (1)$$

と表現される。ここで、 $\mathbf{x}_{d,i,t}$ 、 $Y(\mathbf{y}_{d,i,t}, \boldsymbol{\alpha})$ はそれぞれ下水処理場のカテゴリ $d$ の下水処理場 $i$ における投入量、生産量を表し、 $\mathbf{y}_{d,i,t}$ は生産量に関する変数を表す。 $w_d$ はカテゴリ $d$ の時間的に不変な固定効果を表す。 $f(\mathbf{x}_{d,i,t}, \boldsymbol{\beta}, w_d)$ は生産フロンティアであり、 $E_{d,i,t}$ は生産量と生産フロンティアの乖離度合いを表す管理効率性(Stochastic Technical Efficiency, STE)指標である。生産フロンティアを $f(\mathbf{x}_{d,i,t}, \boldsymbol{\beta}, w_d) = w_d \exp(x_{d,i,t}^\beta)$ 、管理効率性を $E_{d,i,t} = \exp(-u_{d,i,t}) (u_{d,i,t} \geq 0)$ と特定化すると、

確率的生産フロンティアモデルは

$$\begin{aligned} \ln(Y(\mathbf{y}_{d,i,t}, \boldsymbol{\alpha})) \\ = \beta \ln(x_{d,i,t}) + v_{d,i,t} - u_{d,i,t} + w_d \end{aligned} \quad (2)$$

と表される。ここで、 $v_{d,i,t}$ が期待値を0、分散を $(\sigma_v)^2$ とする正規分布に従い、 $u_{d,i,t}$ が期待値を0、分散を $(\sigma_u)^2$ とする正規分布の負の領域を切除して再定義された非負切断正規分布に従うと仮定すると、 $\varepsilon_{d,i,t} \equiv v_{d,i,t} - u_{d,i,t}$ の周辺確率密度関数は、

$$r(\varepsilon_{d,i,t}) = \frac{2}{\sigma} \varphi\left(\frac{\varepsilon_{d,i,t}}{\sigma}\right) \phi\left(\frac{\varepsilon_{d,i,t}\lambda}{\sigma}\right) \quad (3)$$

と表現できる。ここに、

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_v)^2 + (\sigma_u)^2} \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{\sigma_u}{\sigma_v} \quad (5)$$

であり、 $\varphi(\cdot)$ 、 $\phi(\cdot)$ はそれぞれ標準正規分布の確率密度関数、累積分布関数である。

## 3. 推計手法

個々のデータ $(\mathbf{y}_{d,i,t}, \mathbf{x}_{d,i,t})$ は個々の下水処理場、時点ごとに独立に生起すると仮定する。パラメータ集合 $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, w, \sigma, \lambda)$ を与件としたときの観測データ集合 $\boldsymbol{\Xi}$ の同時確率密度関数は、尤度関数として、

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\Xi}, \boldsymbol{\theta}) = \prod_{d=1}^K \prod_{i=1}^I \prod_{t=1}^T r(\varepsilon_{d,i,t}) \quad (6)$$

と表される。本研究においてはこの尤度関数に対してマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いて個々のパラメータの事後分布を推定し、それぞれの期待値を推定値として用いる。パラメータ推定値 $\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{w}, \hat{\sigma}, \hat{\lambda})$ と観測データ $(\mathbf{y}_{d,i,t}, \mathbf{x}_{d,i,t})$ を用いて推定残差 $\hat{\varepsilon}_{d,i,t}$ が算出される。本研究では、STE指標 $E_{d,i,t} = \exp(-u_{d,i,t})$ の条件付き期待値である Battese and Coelli 点推定量<sup>2)</sup>

表ー 1 パラメータ推定結果

| パラメータ | $w_1$ | $w_2$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\sigma$ | $\lambda$ |
|-------|-------|-------|----------|---------|----------|-----------|
| 分析 A  | 4.87  | 4.42  | —        | 1.33    | 0.80     | 0.99      |
| 分析 B  | 5.93  | 5.37  | 0.18     | 1.31    | 0.86     | 1.32      |

$$STE_{d,i,t} = \frac{1 - \phi\left(\hat{\xi} - \frac{\hat{\eta}_{d,i,t}}{\hat{\xi}}\right)}{1 - \phi\left(-\frac{\hat{\eta}_{d,i,t}}{\hat{\xi}}\right)} \exp\left(-\hat{\eta}_{d,i,t} + \frac{\hat{\xi}^2}{2}\right) \quad (7)$$

を STE 指標の推定値として用いる。ここに、

$$\hat{\eta}_{d,i,t} = -\frac{\hat{\varepsilon}_{d,i,t}(\hat{\sigma}_u)^2}{\hat{\sigma}^2} \quad (8)$$

である。

#### 4. 実証分析

実在する下水処理場のデータを用いて実証分析を行う。本研究では生産フロンティアの説明変数として処理場施設の維持管理費を用いた。それに対する生産量として、分析 A においては、

$$Y_{d,i,t} = Q_{d,i,t} \quad (9)$$

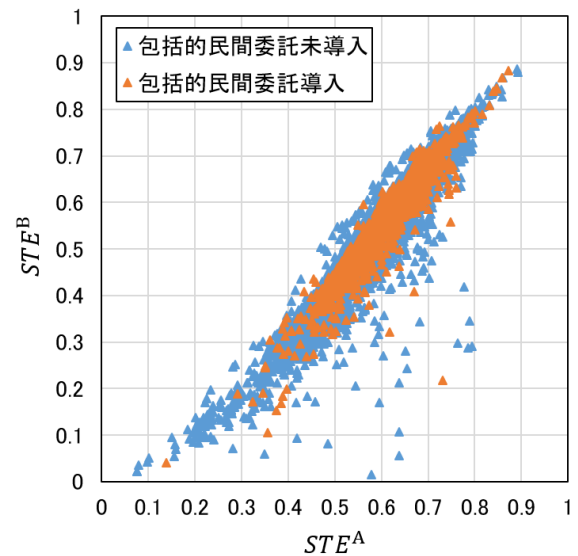
分析 B においては、水質の改善度を考慮した生産量として、

$$Y_{d,i,t} = I(\alpha) \equiv \{(BOD_{d,i,t}^{\text{in}})^{\alpha} - (BOD_{d,i,t}^{\text{out}})^{\alpha}\} Q_{d,i,t} \quad (10)$$

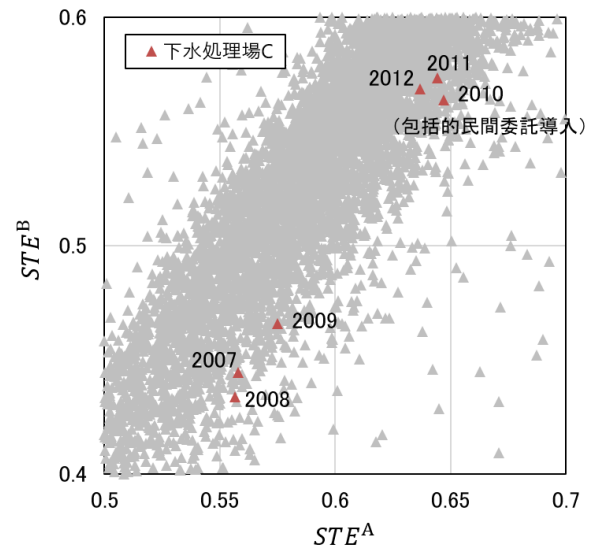
を設定し、確率的フロンティア分析を行った。ここに、 $Q_{d,i,t}$ は年間処理水量、 $BOD_{d,i,t}^{\text{in}}$ 、 $BOD_{d,i,t}^{\text{out}}$ はそれぞれ流入下水の BOD、処理下水の BOD を表す。分析 A、分析 B における STE 指標の推定値をそれぞれ  $STE_{d,i,t}^A$ 、 $STE_{d,i,t}^B$  と表す。個々のパラメータの推定値を表ー1に示す。図ー1に  $STE^A$  と  $STE^B$  の関係を示す。Wilcoxon の順位と検定により、包括的民間委託導入サンプルの  $STE^A$  及び  $STE^B$  は、未導入サンプルより有意水準 5% で有意に高いことが確認された。また、個々の処理場においても包括的民間委託の導入効果を確認できる。図ー2にはある下水処理場 C の STE 指標の年次変化を示しており、包括的民間委託を導入した 2010 年に、維持管理費の減少に伴う  $STE^A$  及び  $STE^B$  の上昇が見られる。

#### 5. おわりに

本研究においては下水道事業における費用データ及び処理水量、水質データを用いて水処理施設の管理効率性を二通りの観点に基づき定量化し、マクロな視点、ミクロな視点双方から包括的民間委託の導入効果を評



図ー 2 管理形態毎の  $STE^A$ 、 $STE^B$  の散布図



図ー 3 下水処理場 C における STE 指標の年次変化

価する方法論を提案した。今後の課題として、下水処理事業の適切なモデル化、及び補修によるライフサイクルコストの低減や研修による作業員のノウハウの向上といった多様な成果を評価しうるモデル化が挙げられる。

#### 【参考文献】

- 1) 小林潔司, 北濃洋一, 渡辺晴彦, 石川美知郎: 下水道システムの費用効率性評価法, 土木学会論文集, No.751/IV-62, pp.111-125, 2004