

京都大学工学部 学生員 ○藤原 聖史
 京都大学工学研究科 正会員 五十里 洋行
 京都大学工学研究科 正会員 後藤 仁志

1. はじめに

MPS 法の三次元計算は計算コストが膨大となりやすい。本研究では HL 法で得られるラプラシアンモデルに修正を加えることで、計算時間の大きな割合を占める圧力のポアソン方程式 (PPE) を解く時間を削減し、その効果を基礎的な計算を通じて検証する。

2. 修正 HL 法の導出

HL 法では導出に以下の SPH 法の勾配モデルを用いる。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} \phi_{ij} \nabla w_{ij} = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) \nabla w_{ij} \quad (1)$$

ここで ϕ : スカラー関数, w : カーネルである。右辺第2項について、カーネルの勾配の対称性から

$$\sum_{j \neq i} \phi_i \nabla w_{ij} = \phi_i \sum_{j \neq i} \nabla w_{ij} = 0 \quad (2)$$

と書ける。これより、何らかの定数 α をかけても理論上影響はなく、勾配モデルは以下のように書き換えられる。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} (\phi_j - (1 + \alpha)\phi_i) \nabla w_{ij} \quad (3)$$

発散をとると、修正されたラプラシアンモデル

$$\nabla \cdot \langle \nabla \phi \rangle_i =$$

$$\frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} (\nabla \phi_{ij} \cdot \nabla w_{ij} + (\phi_j - (1 + \alpha)\phi_i) \nabla^2 w_{ij}) \quad (4)$$

が得られる。これを圧力のポアソン方程式に用いると、行列方程式 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ の行列 $\mathbf{A}$ の要素値 $a_{p_{ij}}$ は以下のように記述できる。

$$a_{p_{ij}} = \begin{cases} (1 + \alpha) \left(\frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial^2 r_{ij}} + \frac{D_s - 1}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \right) - \frac{2}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} & (i = j) \\ -\frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial^2 r_{ij}} + \frac{3 - D_s}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} & (i \neq j) \end{cases} \quad (5)$$

D_s : 次元数であり, $i = j$ は行列の対角成分を示す。こ

こに対角成分は $\alpha \left(\frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial^2 r_{ij}} + \frac{D_s - 1}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \right)$, つまり $\alpha \nabla^2 w_{ij}$ 分

増加しており, 行列に対角優位をもたらす。これにより行列方程式を解く過程での収束回数が減少し, 計算時間の短縮につながる。ただし, 対角優位は流体に圧縮性を副次的にもたらすため, 適用限界なども考慮し以降複数のテストで検証を進める。

3. 静水計算

まず, 静水状態での底面圧力変動および体積保存性に関する検証を行う。使用モデルは MPS-HS-HL-ECS-GC-DS¹⁾で, HL に関し α の値を変化させつつ検証を行った。計算領域は図-1 の通りで, 粒子径は 5mm, 総粒子数は 415392 とした。

表-1 及び図-2 は α の計算時間及び PPE の収束回数の結果である。 α の増加に伴い収束回数が大幅に減少し, これが計算時間の減少に貢献していることがわかる。

図-3 に水槽中央での水深を示す。大幅な水深の低下は見られないが, $\alpha > 0.02$ では粒子 1 個分 (水深の約 2%) 減少している。この体積保存性の喪失 (圧縮性) は圧力推定の正確性にも影響するため, 許容範囲を理論値 0.25m から粒子径 1 つ分とし, 以降のテストでは $\alpha \leq 0.02$ として検証を進める。

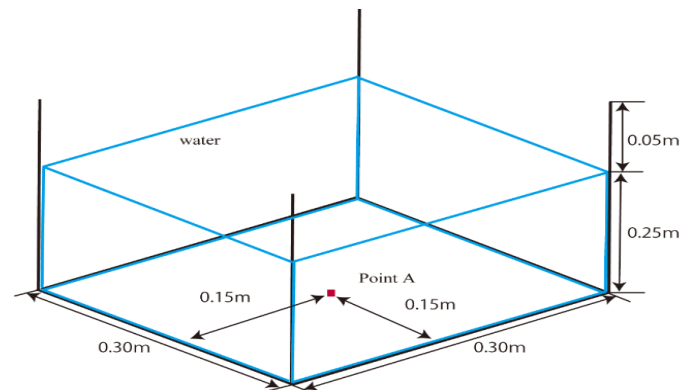


図-1 静水計算における計算領域

表-1 従来型 HL に対する計算時間の比

	Parameter α					
	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
Time	1	0.706	0.612	0.561	0.530	0.504

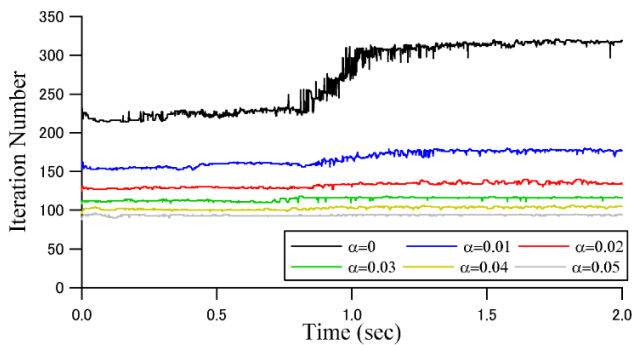


図-2 収束回数の比較

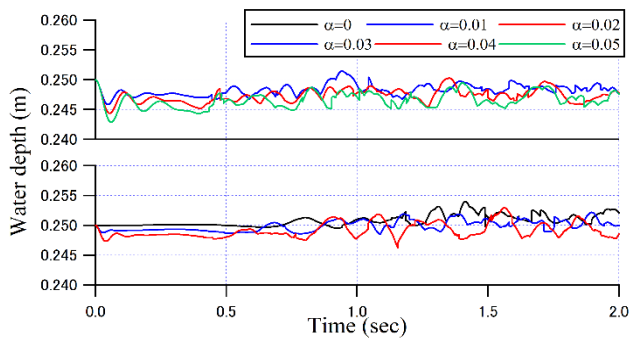


図-3 水槽中央での水深

4. ダムブレイク計算

計算領域は図-4 に示す通りである．計算モデル・粒子径は前章と同様とし，総粒子数は約29万とした．また Kleefsman²⁾の実験結果との比較を行う．計算の結果， $\alpha=0.02$ で約 30%の計算時間削減が確認された．

図-5 は H1 における水深を示す．従来型の HL 法と比較しほぼ同様の水深の時間推移を示している．

図-6 は P1 における圧力値の時間推移である．修正 HL モデルは圧縮性を許容しているため P1 ではピーク値がやや小さく見積もられる．このため本モデルのピーク値問題への適用は限定的であるが，水深など従来型 HL 法や実験値と比較しても良好な結果を示している．

5. 結論

本研究では HL 法に修正を加え計算コストの削減と適用性の検証を行った．その結果 $\alpha \leq 0.02$ 程度でピーク値問題を除いた単相流シミュレーションでは，

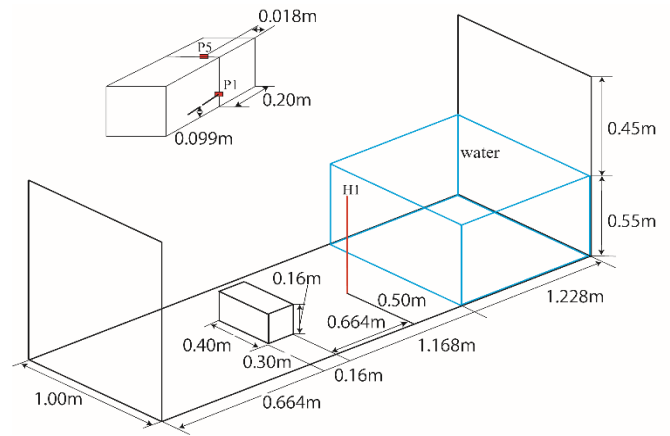


図-4 ダムブレイク計算における計算領域

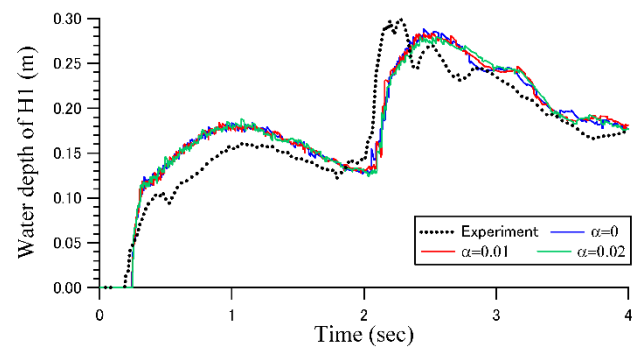


図-5 H1 における水深の時間推移

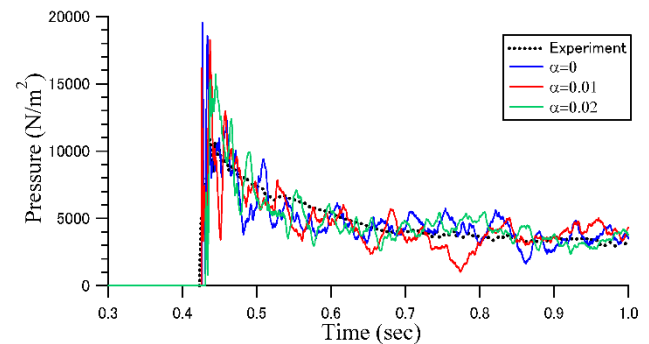


図-6 P1 における圧力の時間推移

解の精度への影響を最小限に計算時間の大幅な削減が確認された．体積保存性やエネルギー減衰が精度にどれほど影響を与えるかが今後の課題である．

参考文献

- 1) 後藤仁志：粒子法—連続体・混相流・粒状体のための計算科学，森北出版，2018．
- 2) K.M.T. Kleefsman, G. Fekken, A.E.P. Veldman, B. Iwanowski and B. Buchner: A volume-of-fluid based simulation method for wave impact problems, *Journal of Computational Physics*, Vol. 206, 363-393, 2005.