第Ⅰ部門　　　骨格曲線に負勾配を有する構造物の非線形動的応答に関する一考察

京都大学工学部　学生員　○渡邊　康介　　京都大学大学院工学研究科　学生員　植村　佳大
京都大学大学院工学研究科　正会員　高橋　良和

1. 背景

想定を超える規模の地震発生の可能性は排除できないという認識から，「設計基準外の地震動が発生しても構造物全体系として脆性的破壊となるのを避け，一部の部材が破壊の限界状態に達しても構造物全体の破壊崩壊が生じない構造を有するよう配慮するべき」という危機耐性の概念が導入され，設計基準外事象に対する耐震安全性の検討の重要性が高まった．それに伴い，構造システムの骨格曲線が負勾配となる変形領域での挙動を把握する必要が生じている．しかし，構造システムの骨格曲線が負勾配となる変形領域での挙動に対し，実験的検討はいくつか行われているが，骨格曲線の負勾配の領域での動的応答特性については理論的な検討が不足しているのが現状である．そこで本研究では，骨格曲線に負勾配を有する非線形構造物の動的応答に関する検討を理論的に行った．具体的には，非線形の構造システムに対して定常応答を仮定することで最大応答値を求める等価線形化法，特にCaughey[1]によって提案されたものに着目し，その導出時に求められる周波数応答関数を利用して検討を行った．

2. 非線形構造システムでの変位の周波数応答関数

Capecchi[2),3)]は，Caugheyの近似解法を用いて復元力特性に負剛性を有する非線形構造システムについて検討した．具体的には，1自由度系の運動方程式(1)に対して，(2)のように定常応答解を仮定し，変位の周波数応答関数(6)を導いた．

$$\ddot{x} + {\omega_0}^2 f(x) - \frac{{\omega_0}^2}{\gamma} cos\omega t = 0 \tag{1}$$

$$x = Xcos(\omega t + \varphi) \tag{2}$$

$$\theta = \omega t + \varphi \tag{3}$$

$$C(X) = \frac{1}{X}\int_0^{2\pi} q(Xcos\theta)cos\theta d\theta \tag{4}$$

$$S(X) = \frac{1}{X}\int_0^{2\pi} q(Xcos\theta)sin\theta d\theta \tag{5}$$

$$\Omega^2 = \frac{1}{X}\left\{C(X) \pm \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} - S(X)^2}\right\} \tag{6}$$

ここに x，$f(x)$は変位および復元力をそれぞれ降伏値で除したもの．ω_0は固有周波数，γは降伏荷重を外力の振幅で除したものである．ωは外力周波数，Ωはω_0をωで徐したもの，Xは応答振幅であり，φは外力と変位の位相差，tは時刻である．また復元力$f(x)$の骨格曲線および履歴特性に関するパラメータを図-1に示す．非線形の場合，応答関数から得られる定常応答解が安定して存在しない不安定領域が存在する．不安定領域は次の2式で表される．

$$\frac{dS}{dX}S(X) + \{C(X) - \Omega^2 X\}\left(\frac{dC}{dX} - \Omega^2\right) \leq 0 \tag{7}$$

$$\frac{dS}{dX} + \frac{S(X)}{X} \leq 0 \tag{8}$$

非線形構造システムでの変位の非線形の周波数応答関数の1例として，$\mu = 5.0$，$\alpha = -0.20$のときの場合を図-2に示す．なお，図中では式(8)により導かれる不安定領域の変位境界を$X = X_l$としている．

ここで，式(8)による不安定領域は骨格曲線上に負勾配が存在する場合にのみ存在することが知られている．そこで本研究では，非線形構造システムにおける変位の周波数応答関数に対し，不安定領域を示す式(8)に着目して検討を行った．

3. 負勾配領域と不安定解の関係性

式(8)による定常応答の不安定領域は，変位の周波数応答関数(4)に組み込まれた関数$S(X)$から導かれる．そして，この関数$S(X)$は3次剛性αと靭性率μに依存し，外力には依存しない関数であることが知られている．そのため，不安定境界X_lも同様にαとμにのみ依存する値であることがわかる．そして，αとμの値の組み合わせに

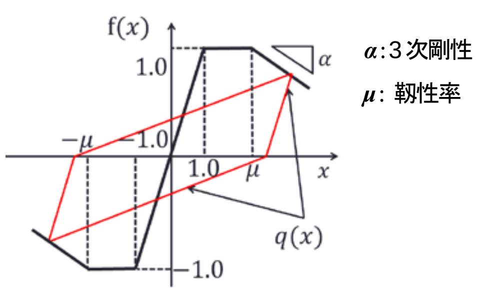
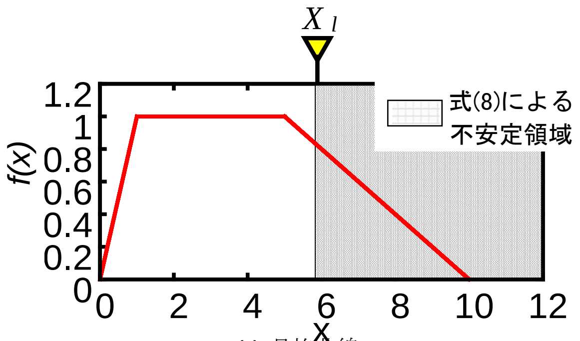
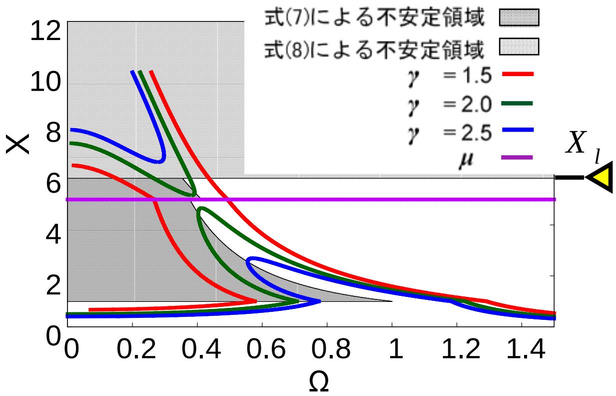


図-1 復元力特性

Kosuke Watanabe, Keita Uemura, Yoshikazu Takahashi
watanabe.kousuke.75e@st.kyoto-u.ac.jp



(a) 骨格曲線



(b) 変位の周波数応答関数

図-2 μ=5.0, α=-0.20 の場合の骨格曲線および変位の周波数応答関数

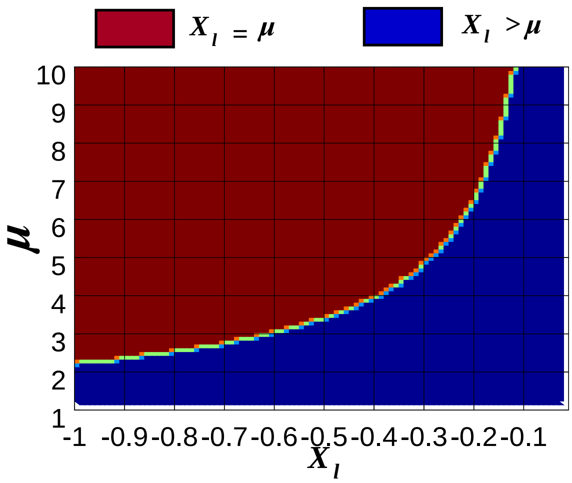
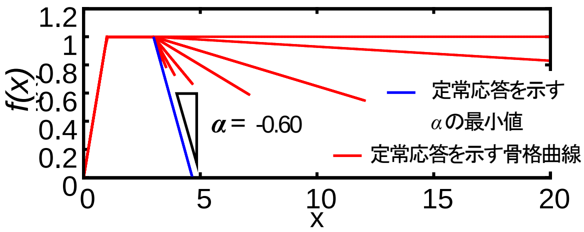
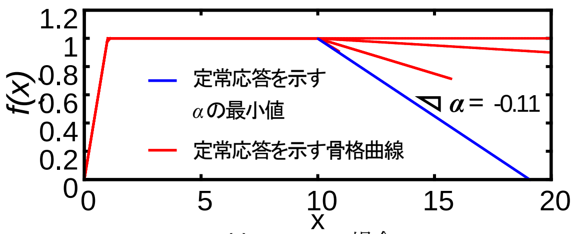


図-3 靭性率μと不安定境界X_lの比較



(a) μ=3.0 の場合



(a) μ=10.0 の場合

図-4 負勾配領域で安定した定常応答をする骨格曲線

よっては，μ と X_lが一致する場合がある．ここで，「μ と X_lが一致する」とは，骨格曲線上の負勾配領域で，非線形構造システムが安定した定常応答をしないことを表す．ここで，靭性率μと不安定境界X_lの比較をしたグラフを図-3に示す．図-3において，赤の領域はμとX_lが一致するため負勾配領域で安定した定常応答を示さない状態を表し，青の領域は$X_l > \mu$となることで負勾配領域でも安定した定常応答をする状態を表す．図-3 をみると，靭性率μが増加すると，安定した定常応答をするための 3 次剛性αの値が制限されていくことがわかる．例えば，靭性率μ = 3.0 であれば，3 次剛性 α = -0.60 以上の場合で負勾配領域で安定した定常応答を示す一方，靭性率 μ = 10.0 と増加すると，負勾配領域で安定した定常応答をするためには，3 次剛性 α = -0.11 以上となる必要があることがわかる(図-4)．以上から，定常応答の不安定領域を示す式(8)は，構造システムの復元力低下開始までの骨格曲線の特性が，負勾配領域の挙動に影響を及ぼすことを理論的に示しているといえる．そのため，設計基準外事象に対する耐震安全性の確保を目指す危機耐性の観点を踏まえると，設計基準事象に対する検討の際に，構造システムの靭性率をただ単に高めるのではなく，復元力低下が発生した場合の定常応答の安定性を踏まえた検討を行う必要性が示唆されたといえる．

4. まとめ

非線形構造モデルに関して，定常応答を仮定して議論した結果，荷重低下以前の骨格曲線が負勾配領域での動的挙動に影響を及ぼすことがわかった．このように負勾配の挙動は，荷重低下以前の骨格曲線と独立でないため，危機耐性の観点からも，設計基準外挙動を踏まえ，設計内の骨格曲線を考えることが重要であるとわかった．

参考文献

1) T. K. Caughey : Sinusoidal Excitation of a System with Bilinear Hysteresis, Journal of Applied Mechanics, 27(4), pp.640-643, 1960.

2) D. Capecchi, F. Vestroni : Steady-StateDynamic Analysis of Hysteretic Systems, Journal of Engineering Mechanics, 111(12), pp.1515-1531, 1985.

3) D. Capecchi, F. Vestroni : Periodic Response of a Class of Hysteretic Oscillators, International Journal of Non-Linear Mechanics, 25(2/3), pp.309-317, 1990