

第 I 部門 二分割して立て掛けられた線形棒状構造物の安定性への力の作用線理論の適用

京都大学工学研究科 フェロー会員 ○細田 尚  
 飛鳥建設 非会員 勝部峻太郎  
 京都大学工学研究科技術室 正会員 小森 直人

1. はじめに： 本研究の目的は、円形アーチなど任意の曲線形状を有する石積み構造の安定性（最小厚さ）を評価するためにミランコビッチが用いた力の作用線理論の適用方法について考察することである。ミランコビッチとその研究の概要については参考文献[1]を参照されたい。本研究では、実験や解析を簡単にするために、二分割して壁に立て掛けられた線形の棒状構造物の安定性を検討する。その際、棒と壁の接点での摩擦力を考慮する。

2. 実験の概要： 用いた実験装置を図-1 に示す。長さ $l$ と幅 $b$ が一定（ここでは長さ  $105(\text{mm}) \times 2 = 210(\text{mm})$ ，幅  $40(\text{mm})$ ，密度 約  $500(\text{kg}/\text{m}^3)$ ）の棒を二分割し壁に立て掛ける実験を行った。棒の角度を変化させると、角度によって図-1 左のように安定な場合と右のように不安定になり崩壊する場合が存在する。安定・不安定の区別を図-2 に示した  $l$  と厚さ  $h$  の図上に示した（図-3）。 $h$  を固定すると角度の安定限界値は  $\theta_B$  の大きい領域と小さい領域に二つ存在している。

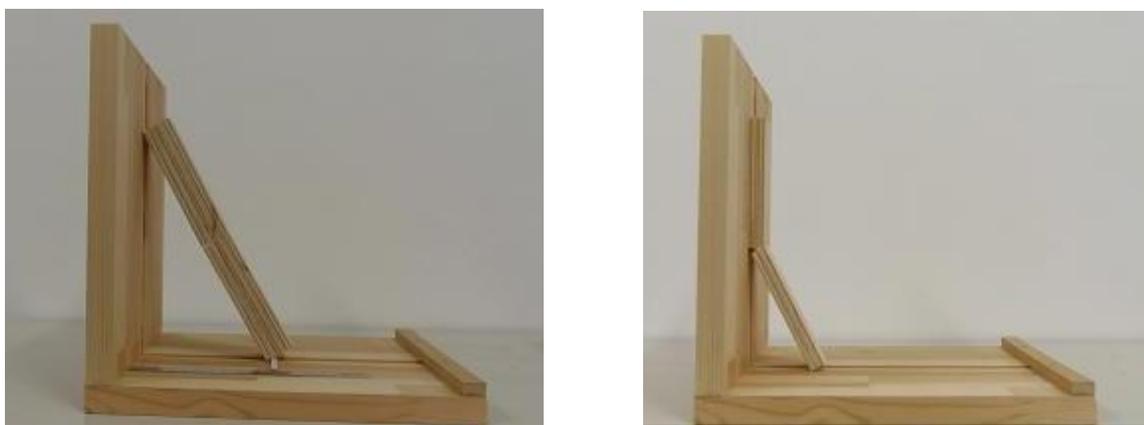


図-1 実験の概要（左：安定な場合，右：不安定な場合）

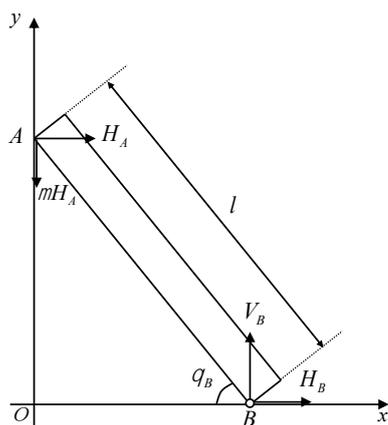


図-2 座標系と記号の説明

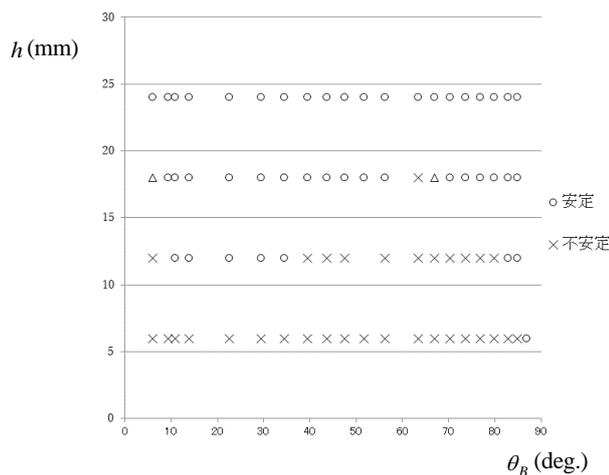


図-3 実験結果の概要（○：安定，×：不安定）

3. 力の作用線理論： 曲線形状を有する石積み構造の安定性（最小厚さ）を評価するためにミランコビッチが用いた力の作用線理論の適用を考える。まず、図-2 と図-4 を参照して、断面内の力の作用点の座標  $e$  と  $\xi$  の関係を導く。ただし、本研究では図-2 に示したように点 A に作用する棒と壁面間の摩擦力（鉛直下向き）を考慮している。

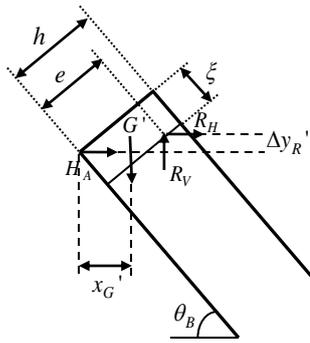


図-4 力の作用線理論の概念図

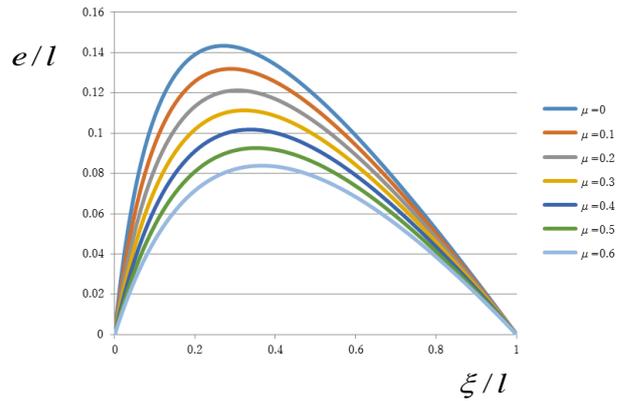


図-5 力の作用線の高さとの距離の関係

図-4 を参照して、水平方向と鉛直方向の力の釣り合い、A 点回りのモーメントの釣り合い式を考慮すると、摩擦力を考慮した場合の力の作用点の高さ  $e$  と A 点からの距離  $\xi$  の関係式(1)が導かれる。

$$\cos\theta_B \cdot \xi^2 - l\cos\theta_B \cdot \xi + \left\{ 2\xi \sin\theta_B + (l\cos\theta_B - h\sin\theta_B) \frac{\cos\theta_B + \mu\sin\theta_B}{\sin\theta_B - \mu\cos\theta_B} \right\} \cdot e = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\mu$  は静摩擦係数である。

$h/l=0.1$ 、 $\theta_B=58(\text{deg.})$  の場合について、静摩擦係数をパラメータとして作用点の分布形を計算した結果を図-5 に示した。図-6 を参照して、二分割の場合では中点の  $e$  が  $h$  になるときが安定限界、微小厚さで多分割されている場合は  $e$  の極大値が  $h$  になるときが安定限界になると考えられる。

二分割の場合、式(1)に  $\xi=1/2$  を代入すると式(2)が得られる。この  $\mu$  が限界値  $\mu_{\text{critical}}$  以下であれば安定であると考えられる。 $\mu=0$  の場合は式(3)になり、さらに微小項  $(h/l)^2$  を無視すると式(4)と簡単になる。式(4)から  $h$  を固定して考えたとき安定限界曲線は二価関数になることが分かる。ただし、 $\mu=0$  の場合この平衡点ではポテンシャルエネルギーが極大となり、微小擾乱に対して不安定である。

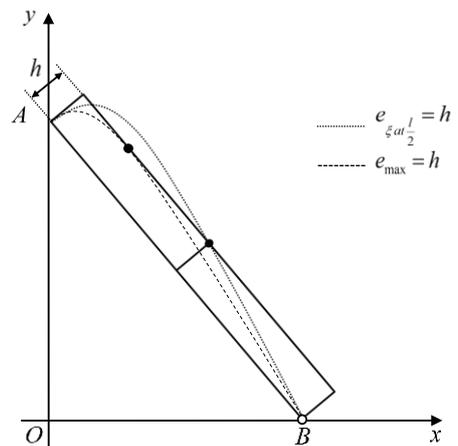


図-6 二分割と多分割の場合の安定限界

$$\mu = \frac{\left(\frac{h}{l}\right)^2 \sin\theta_B \cos\theta_B - \frac{h}{l} + \frac{1}{4} \sin\theta_B \cos\theta_B}{-\left(\frac{h}{l}\right)^2 \sin^2\theta_B + \frac{1}{4} \cos^2\theta_B} \quad (2)$$

$$lh - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} l^2 + h^2 \right) \sin 2\theta_B = 0 \quad (3)$$

$$8 \frac{h}{l} = \sin 2\theta_B \quad (4)$$

図-6 に摩擦係数をパラメータとして安定限界曲線を図示した。図中には実験により得られた安定限界点も記入している。各曲線の内部が不安定となる場合であり、 $\mu=0.4$  程度で実験結果は理論曲線に概ね適合していると考えられる。

4. おわりに：今後、分割数を変えた場合の実験

を行い、理論解析の結果と比較したい。また、動的解析の検討も行いたい。

参考文献：[1] 細田 尚, 岸田 潔, 西藤 潤, 白井秀和：土木工学者としてのミランコビッチの業績に関する調査研究, 土木史研究, 講演集 Vol.34, pp.181-186, 2014.

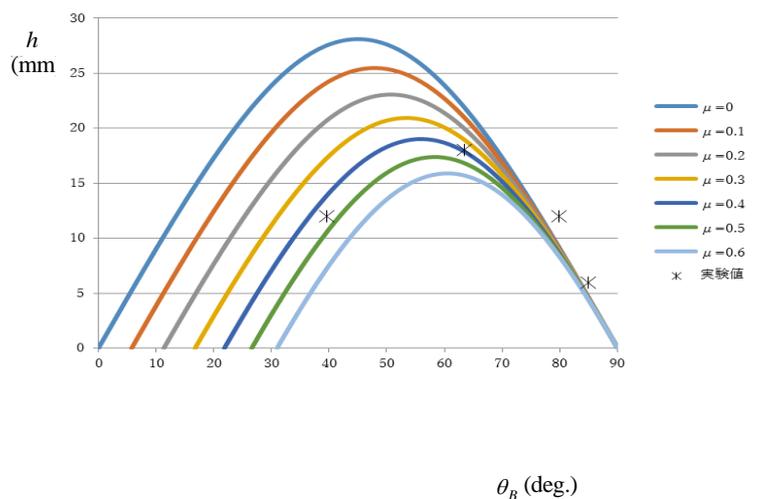


図-7 安定限界に関する実験と理論 ( $e = h$  at  $\xi = l/2$ ) の比較