

第IV部門

価格リスクを考慮した資産の最適売却タイミングに関する分析

京都大学工学部	学生会員	○川北 怜於
京都大学大学院	正会員	瀬木 俊輔
京都大学大学院	フェロー	小林 潔司

1 研究の背景・目的

土地などの価格リスクが内在する資産は適切なタイミングで売却することによって所有の継続よりも大きな収益を得ることが可能であり、売却の意思決定をサポートするモデルが開発されれば資産の所有者は容易に意思決定を行うことができるようになる。土木分野においてはインフラ資産を最適なタイミングで売却することができるようになればインフラ資産を保有する自治体や公企業の財務状況を改善させることが期待できるようになる。このような価格リスクを有する資産に対してはリアルオプションと呼ばれる金融工学を応用した手法を用いて価値評価を行うことが従来より行われている。そこで本研究では、ケーススタディとして商社の保有する鉱山を取り上げ、商社の鉱山売却の意思決定に資するモデルの構築を行い、他の資産に対しても応用可能な基本的な考え方を提示することを目的とする。

2 本研究の基本的考え方

2.1 リアルオプションとは

リアルオプション法とは、不確実性の大きい事業経営に対して選択可能な複数の経営オプション（選択肢）が存在するとき、その不確実性や経営オプションの選択可能性を考慮しながら動学的に事業価値を算出する方法である。金融工学をバックグラウンドとした理論である。

2.2 本研究におけるリアルオプション法

本来のリアルオプション法は、裁定取引が存在していないことを前提としているが、本研究は裁定取引が存在するとして裁定機会をモデル化する。これにより資産の売却によってより大きな利益を求めることができるようになる。また、鉱山経営に際しては維持オプション、拡大オプション、縮小オプション、売却オプションが考えられるが本研究では鉱物資源の採掘量は毎期一定量と仮定し、維持オプションと売却オプションのみを考えるものとする。

ン、売却オプションが考えられるが本研究では鉱物資源の採掘量は毎期一定量と仮定し、維持オプションと売却オプションのみを考えるものとする。

3 モデルの構成

3.1 モデルにおける前提

本研究におけるモデルでは、単位重量を1ポンドとする。また、1期を1か月とし、金額はドル表示として為替レートの影響を無視する。

3.2 鉱山のNPVの定式化

DP(Dynamic Programming)の考え方をを用いて鉱山のNPVを定式化する。

$$V_t(S_t) = q(S_t - A) - M + e^{-k} \cdot E_t[V_{t+1}(S_{t+1})] \quad (1)$$

ただし、 V_t は t 期時点に算定された鉱山のNPV、 S_t は t 期における銅の価格、 q は1期あたりの採掘量、 A は変動費、 M は固定費、 k は企業が計算で用いる割引率を表す。また、想定最終採掘年度を T と表す。この式は、終端条件： $V_{T+1}(S_{T+1}) = 0$ を用いることでDPを後ろ向きに計算することが可能になる。

3.3 鉱山のROV価値の定式化

3.3.1 鉱山の買い手のモデル化

τ 期に確率 p_τ で鉱山の購入希望企業が現れると仮定する。その企業の提示する購入価格はNPVにマージン(α)を付加した、 $\alpha V_\tau(S_\tau)(= R_\tau(S_\tau))$ である。 α は、一様分布 $[1, \beta_\tau]$ に従う確率変数である。

3.3.2 鉱山のROVの定式化

1節と同様にDPを用いて鉱山のROV(Real Option Valuation)価値の定式化を行う。当期に鉱山の売却を行わないとした場合の鉱山の価

値は以下のように書く。

$$\begin{aligned} W_t(S_t) = & q(S_t - A) - M \\ & + e^{-k} \cdot E_t[(1 - p_{t+1}) \times W_{t+1}(S_{t+1}) \\ & + \frac{p_{t+1}}{\beta_{t+1} - 1} \int_1^{\beta_{t+1}} \max\{\alpha V_{t+1}, W_{t+1}\} d\alpha \end{aligned} \quad (2)$$

3.4 鉱山の売却条件

鉱山の所有者は、以下の条件下で鉱山の売却を行う。

$$\alpha \times V_t(S_t) \geq W_t(S_t) \quad (3)$$

すなわち、提示価格が、算出した ROV 価値を上回った時である。

4 価格モデルの設定とモデルの検証

4.1 平均回帰モデル

資源価格を以下のような平均回帰モデルで表現することを考える。

$$S_t = S_0 \times \exp(\mu t) \times \exp(\rho_t) \quad (4)$$

$$\rho_t = \eta \rho_{t-1} + \sigma \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim N(0, 1) \quad (5)$$

ρ_t は、市況を表す値でありこの値が大きいほど好況であることを示す。

ρ_t が大きいとき、すなわち銅市場の市況が良いときは銅市場の成長性について高く評価されることが多くなると考えられるため、 ρ_t が大きいときは鉱山の買い手が現れやすくなり、またその時付加されるマージンについても大きくなると考えられる。そこで、 p_t, β_t に対してこのような挙動を表す関数 $p_t(\rho_t), \beta_t(\rho_t)$ を設定する。

$$p(\rho_t) = a + \frac{1-a}{1+bt + \frac{1-f}{f-a} \exp(-c\rho_t)} \quad (6)$$

$$\beta(\rho_t) = 1 + \frac{0.3}{1 + \exp(-d\rho_t)} \quad (7)$$

これらの式を用いて、 $V_t(S_{t,i}), W_t(S_{t,i})$ についての数値計算を行う。

この結果のグラフから読み取れる以下の2項目について実際の挙動との整合性を考える。

- 1) t が大きくなるにつれて $\frac{W_t(S_t)}{V_t(S_t)}$ の値は 1 に収束する。
- 2) 同一の t においては S_t が大きいほど $\frac{W_t(S_t)}{V_t(S_t)}$ の値は大きくなる。

1. については、 p が t の増加に伴い減少することで、

$W_t(S_t)$ は $V_t(S_t)$ に収束すると推測できる。

2. については、価格 S_t が大きいすなわち ρ_t が大きいときは、銅市場の好調さを評価し鉱山に対してより高い価格をつけると考えられる。

1. 2 の内容は実務上の整合性があると判断できるため、このモデルによって適切に現実の鉱山取引をモデリングすることができると考えられる。

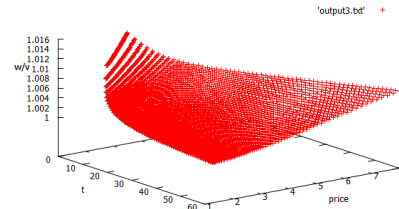


図 1: 結果

5 本モデルの実務への応用

従来の手法では、鉱山の売却に関する判断に際して NPV を参考に用いていたが、NPV は鉱山の所有の継続を前提とした現在価値であり、売却の判断に際する指標としては有効性が低い。そこで本研究で構築した、鉱山の売却を考慮したモデルを用いて意思決定を行う。以下その手順を述べる。まず、鉱山を購入した時点もしくは既に所有している鉱山についてはモデル運用開始時点を $t = 0$ とする。資源価格 S_0 を入力して $W_t(S_t)$ を計算する。すなわち、鉱山購入時点で、将来時点における鉱山価値をあらかじめ計算しておくということである。次に、鉱山の購入希望者が現れた時点を $\tau (\leq T)$ として、すでに計算されている $W_\tau(S_\tau)$ を出力する。本モデルにおいて S_τ は離散化されているため、時点 τ における資源価格に最も近い値を S_τ として選ぶ。そして、出力された $W_\tau(S_\tau)$ と提示価格 $R_\tau(S_\tau)$ を比較し、 $W_\tau(S_\tau) \leq R_\tau(S_\tau)$ であれば、鉱山の売却を行う。 $W_\tau(S_\tau) \geq R_\tau(S_\tau)$ であれば売却を行わないという意思決定を行うことができる。

6 おわりに

本研究では、経営オプションとして売却のみを考慮した鉱山運営を想定し鉱山の売却に係る判断をサポートするモデルを構築した。本研究で構築したモデルが他の資産に対しても応用可能であるか検討する必要がある。