第II部門　　格子ボルツマン法による山地斜面パイプ流の数値シミュレーションに関する研究

京都大学工学部　学生会員　○山本岳学　京都大学大学院工学研究科　正会員　市川温
京都大学大学院地球環境学堂　正会員　田中智大　京都大学大学院工学研究科　正会員　萬和明
京都大学大学院工学研究科　正会員　Kim Sunmin　京都大学大学院工学研究科　正会員　立川康人

1　序論　斜面水文学の基本的な課題として、山地斜面流域における雨水一流出機構のモデル化が挙げられる。しかし、山地斜面流域では、流れの場が複雑であることなどから、依然として、詳細なモデルの構築には至っていない[1)]。例えば、多くの観測によって、パイプ流と呼ばれる大空隙内の水の流れが山地斜面流域の雨水一流出機構に大きな影響を及ぼしていることが知られているが[1)]、複雑なパイプ構造を陽に考慮して、山地斜面の雨水流動を計算する手法は確立されていない。本研究では、山地斜面における雨水流動をできるだけプリミティブな形で計算することを目指し、複雑な場における流体現象を模擬するのに適しているとされる格子ボルツマン法によって、山地斜面パイプ流の数値シミュレーションを試みる。

2　格子ボルツマン法[2)]

2.1　概要　格子ボルツマン法は、数値流体力学の手法の１つである。従来の手法とは異なり、流体を多数の仮想的な粒子の集合体と仮定し、粒子分布の時間的な発展を追うことでナヴィエ・ストークス方程式の解を間接的に求める。これまで、血流や空力音など様々な流体現象の数値解析に応用されてきた。

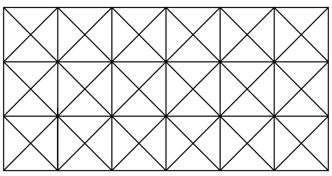


図１　正方形格子

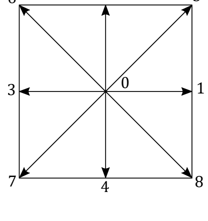


図２　粒子の速度

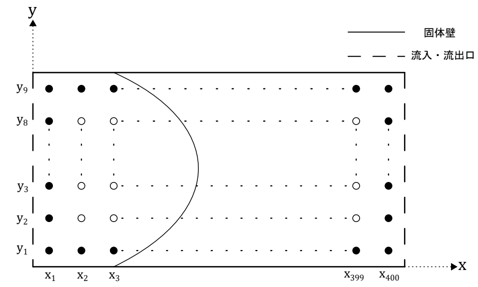


図３　対象とする流れ

2.2　基礎理論　格子ボルツマン法では、規則的な格子によって、空間が離散化される。粒子は、その格子の辺上しか動くことができず、タイムステップごとに必ず格子点上に存在する。つまり、粒子の速度は、有限個に限定される。本研究では、図１のような正方形格子を用いた。この格子では、図２のように粒子の速度は９つに制限される。粒子分布は、粒子の衝突と並進によって変化する。その変化を表す以下の式が格子ボルツマン法における基礎式となっている。

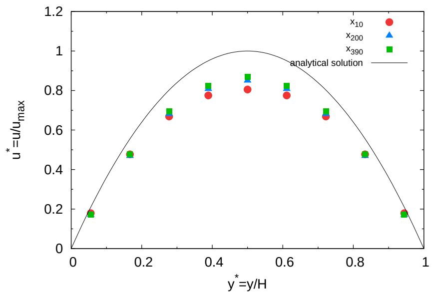
$$f_i(t+\Delta t,\vec{r}+\vec{c_i}\Delta t)=f_i(t,\vec{r})-\frac{\Delta t}{\tau}[f_i(t,\vec{r})-f_i^{eq}(t,\vec{r})] \quad (1)$$

ここで、t：時刻、$\vec{r}$：格子点の位置ベクトル、$\vec{c_i}$：粒子の速度、f_i：離散速度分布関数、f_i^{eq}：局所平衡分布関数、τ：緩和時間係数である。離散速度分布関数 f_i は、速度 $\vec{c_i}$ をもつ粒子の数密度、また、局所平衡分布関数 f_i^{eq} は、粒子分布の平衡状態を表しており、粒子同士の衝突によって、離散速度分布関数 f_i は、緩和時間係数 τ の値によって決まる、ある一定の割合で局所平衡分布関数 f_i^{eq} に近づく。格子ボルツマン法では、(1) 式によって、離散速度分布関数 f_i を求めることが最も重要なプロセスであり、得られた f_i から、(2) 式で流体の密度 ρ、(3) 式で流速 $\vec{u}$ を計算する。

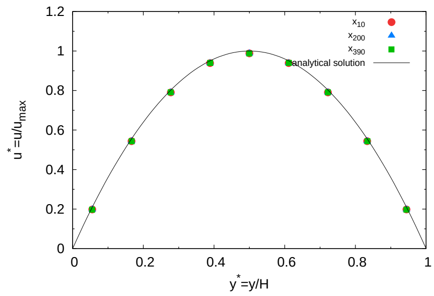
$$\rho=\sum_i f_i \quad (2)$$

$$\rho\vec{u}=\sum_i f_i\vec{c_i} \quad (3)$$

Takanori YAMAMOTO, Yutaka ICHIKAWA, Tomohiro TANAKA, Kazuaki YOROZU, Sunmin KIM and Yasuto TACHIKAWA, yamamoto.takanori.55w@st.kyoto-u.ac.jp

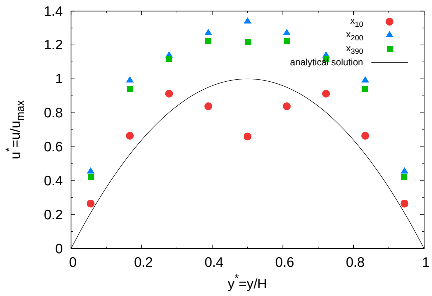


(a) 圧縮性流体モデルによる計算

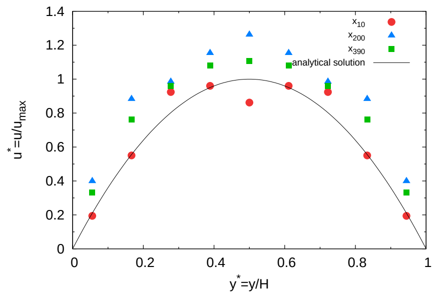


(b) 非圧縮性流体モデルによる計算

図 4　周期境界条件を適用した場合



(a) 圧縮性流体モデルによる計算



(b) 非圧縮性流体モデルによる計算

図 5　流入・流出条件を適用した場合

3　数値シミュレーションの概要

3.1　対象とする流れ　実際のパイプ流は、ネットワーク上に枝分かれや合流をしており、非常に複雑であると考えられるが、本研究では、まず、単純なパイプ流として、上下を固体壁に囲まれた、幅 2.25 cm、長さ 1 m、中心部の流速 1 cm/s のポアズイユ流れを想定した。

この流れに対して、図 3 のように x 方向に 400 個、y 方向に 9 個の格子点を用意した。黒丸の格子点は、境界条件を適用した格子点を表す。

3.2　初期条件と境界条件 [2)]

計算開始時、粒子分布は平衡状態であるとした。固体壁においては、すべりなし条件に相当するバウンス･バック条件を適用した。また、流入・流出口においては、流れの周期性を仮定する周期境界条件、および流入口に流速、流出口に密度を与える流入・流出条件を適用し、それぞれの場合で圧縮性流体モデル、非圧縮性流体モデルによる計算を行った。

4　結果　数値シミュレーションの結果を図 4、図 5 に示す。なお、流速は無次元化して表した。周期境界条件を適用した場合、圧縮性流体モデルによる計算では、流速が理論解よりも小さくなった。非圧縮性流体モデルによる計算では、流速が理論解と一致した。流入･流出条件を適用した場合、どちらのモデルによる計算でも流速は放物線状にならず、理論解と大きく異なった。

5　結論　周期境界条件を適用した場合、圧縮性流体モデルによる計算では、計算精度に関して問題が残ったが、非圧縮性流体モデルによる計算では、妥当な流速の解が得られた。一方、流入・流出条件を適用した場合では、どちらのモデルによる計算でも妥当な結果を得ることはできなかった。これは、シミュレーション条件が適切ではないためであると考える。今後は、シミュレーション条件を見直し、計算精度を向上させること、外力の導入、および枝分かれや合流のある、より一般的なパイプ流の数値シミュレーションを行うことを課題とする。

参考文献

1) 浅野友子, 内田太郎, ジェフリー マクドネル: Variable Source Area Concept の次なる斜面水文過程の概念構築に向けた近年の試み –斜面に降った雨はどこへ行くか?–, 水文・水資源学会誌, 第 18 巻, 第 4 号, pp.459–468, 2005.

2) Krüger et al.: The Lattice Boltzmann Method –Principles and Practice–, 694p, Springer, 2017.