

第II部門

矩形水槽における非線形スロッシングの理論式の背骨曲線の補正

株式会社 四国総合研究所 正会員 ○小川口深雪
正会員 岩田 正純

1. はじめに

液体貯槽やタンクにおいて、地震時に発生するスロッシングは防災上重要な問題である。スロッシングの解析は、液面変動が微小の場合は線型理論が適用できるが、溢流が生じるほどの大きな変位の場合には非線型性を考慮する必要性が出てくる。^[1]

本研究では、矩形水槽を水平加振したときに生じる非線形スロッシングの周波数応答について、基礎的検討を行う。

2. 非線形スロッシングの理論解

矩形水槽中の液体変動が小さく理想的な場合、液体の1次固有角振動数(2次元) ω_1 は(1)式で求められる。

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g\pi}{L} \tanh \frac{H}{L} \pi} \quad \dots (1)$$

ここで、Lは矩形水槽の幅、Hは液体の高さ、gは重力加速度である。固有角振動数は液体の種類に関係なく、HとLの比H/Lによって決まる。

非線形スロッシング理論による背骨曲線は、Milesによって(2)式で与えられている。^[2]

$$\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 = 1 + \frac{1}{32} \left(\frac{\pi A}{L}\right)^2 (9T^{-4} - 12T^{-2} - 3 - 2T^2) \quad \dots (2)$$

$$T = \tanh(H/L)\pi$$

ここで、Aは波の振幅、 ω は外力の角振動数である。(2)式から、波高は固有振動数 ω_1 と外力の角振動数 ω の比によって変化することが分かる。

3. 実験方法および考察

(i) 実験方法

幅L=0.30mの水の入った矩形水槽を加振台に載せ、幅方向へ水平加振する。加振する大きさは $x(t)=0.015 \cdot \sin \omega t$ とした。

ここで、xは幅方向の移動量、tは時刻である。

振動数 ($\omega / 2\pi$) は0.7Hz~2.0Hzまで0.1Hz刻みで、各振動数毎の壁面における液面変位の最大値2Aを計測した。

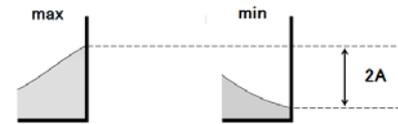


図1 液面変位の最大値

スロッシングは水深によって挙動が異なることが知られているため、実験では以下のように水深Hを0.03~0.18まで変化させた7ケースを実施した。

表1 実験条件

case	H(m)	H/L	ω_1 (rad)
1	0.03	0.1	5.59
2	0.06	0.2	7.56
3	0.09	0.3	8.70
4	0.10	0.34	8.95
5	0.12	0.4	9.37
6	0.15	0.5	9.70
7	0.18	0.6	9.90

(ii) Milesの式と誤差

H/L=0.1の場合の応答特性の比較を図2に表す。実験値を実線、Milesの式(背骨曲線)を破線で示す。横軸は周波数比(ω/ω_1)、縦軸は振幅Aを幅Lで無次元化したもの(A/L)である。

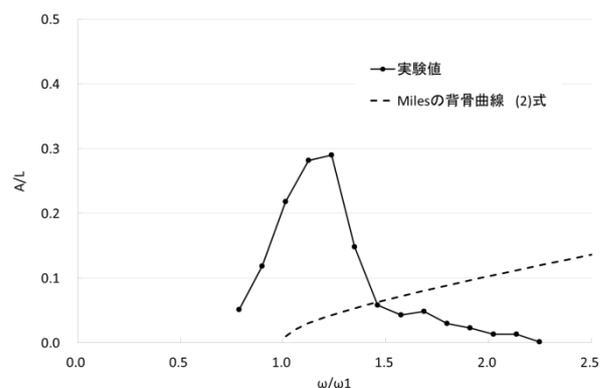


図2 無次元最大液面変位の周波数応答特性 (H/L=0.1)

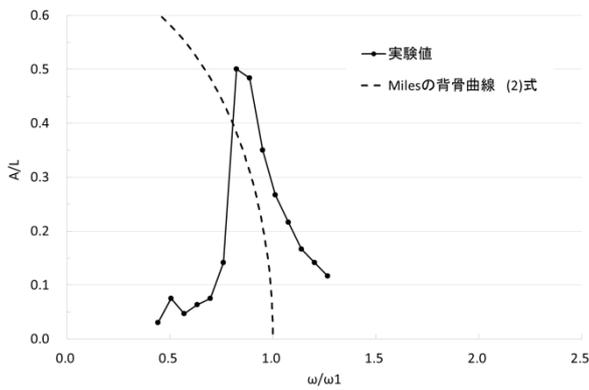


図3 無次元最大液面変位の周波数応答特性 (H/L=0.6)

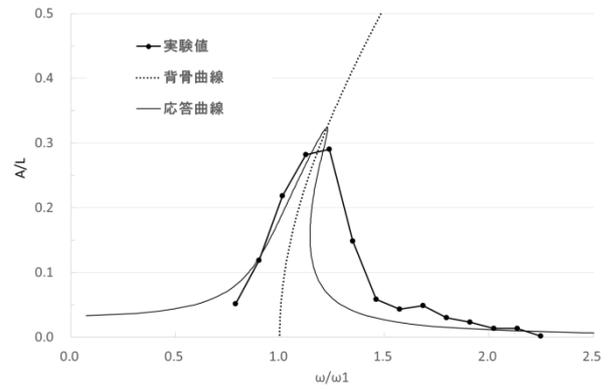


図4 H/L=0.1 の場合の応答特性

H/L が小さい場合 (H/L=0.1) には、Miles の式 (2) は実験と大きくずれている。一方、H/L が 0.6 では実験との差は小さくなっている。

4. Miles の式の補正

Miles の式は H/L が小さい場合、誤差が大きい。そこで、H/L の値によらず適用できるように、次のような補正式を考えた。

$$\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 = 1 + \frac{1}{32} \left(\frac{\pi A}{L}\right)^2 (9T^{-4} - 12T^{-2} - 3 - 2T^2) \times C \quad \dots (3)$$

$$C = 1.7 \times \left(\frac{H}{L}\right)^2$$

なお、係数 1.7 は実験により決定した。

また、非線形作用を考慮するために、Duffing 方程式を解くことで周波数比(ω/ω₁)の式^[1]を表すことができる。これを応答曲線と呼ぶ。

$$\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 = 1 + \frac{3}{4} \beta A^2 - 2\zeta^2$$

$$\pm \sqrt{\left(1 + \frac{3}{4} \beta A^2 - 2\zeta^2\right)^2 - \left\{\left(1 + \frac{3}{4} \beta A^2\right)^2 - \frac{1}{A^2}\right\}}$$

ここで、β はばねの特性を表したもので、(3)と比較することで H/L を使った式に書き直すことができる。

$$\beta = \frac{1}{24} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 (9T^{-4} - 12T^{-2} - 3 - 2T^2) \times C$$

$$T = \tanh(H/L)\pi$$

また、ζ は減衰定数で、実験により ζ = 0.042 とした。

次に、図 4、5 に補正後の背骨曲線と応答曲線を実験値と比較したものを示す。

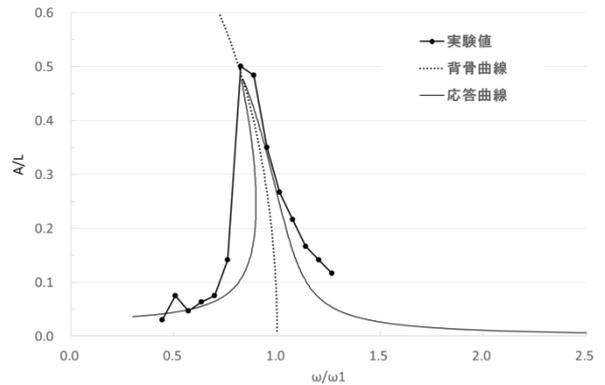


図5 H/L=0.6 の場合の応答特性

H/L によらず実験値と補正式がよく合っていることが分かる。

これにより、スロッシングによる最大波高を計算で予想することができた。

5. おわりに

非線形スロッシングの周波数応答に関して、実験値と Miles の式との比較を行った。その結果、Miles の式では H/L が小さい場合、実験値との誤差が大きくなることが分かった。そのため、Miles の式を補正した式によって、実験値との誤差を小さくすることができた。また、Duffing 方程式に補正式を適用することで、応答曲線も計算で求めることができた。

参考文献

- [1] 小松敬治：スロッシング，森北出版，2015
- [2] Miles, J.W. : Nonlinear Surface Waves in Closed Basins, J.of Fluid Mechanics, vol.75, part 3, pp419-448, 1976