

第 I 部門

二分割して壁に立て掛けられた線形棒状構造物の安定性に関する一考察

京都大学工学研究科 フェロー会員 ○細田 尚

京都大学工学研究科技術室 非会員 小森 直人

1. はじめに： 本研究の目的は、円形アーチなど任意の曲線形状を有する石積み構造の安定性（最小厚さ）を評価するためにミランコビッチが用いた力の作用線理論の具体的意味を考察することである。ミランコビッチとその研究の概要については参考文献[1]を参照されたい。本研究では、実験や解析を簡単にするために、二分割して壁に立て掛けられた線形の棒状構造物の安定性を考察した。

2. 実験の概要： 用いた実験装置を図-1 に示す。長さ幅が一定（ここでは長さ $105(\text{mm}) \times 2 = 210(\text{mm})$ ，幅 $40(\text{mm})$ ，密度 約 $500(\text{kg}/\text{m}^3)$ ）の棒を二分割し壁に立て掛ける実験を行った。棒の角度を変化させると、角度によって図-1 左のように安定な場合と右のように不安定になり崩壊する場合が存在する。安定・不安定の区別を図-2 に示した θ_B と厚さ h の図上に示した（図-3）。 h の増加とともに安定・不安定の境界を示す限界角が急激に減少することが分かる。

3. 力の作用線理論： 曲線形状を有する石積み構造の安定性（最小厚さ）を評価するためにミランコビッチが用いた力の作用線理論の概要を記述する。まず、図-2 と図-4 を参照して、断面内の力の作用点の座標 e と ξ の関係を導く。



図-1 実験の概要（左：安定な場合，右：不安定な場合）

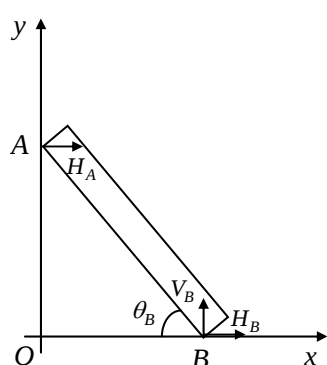


図-2 座標系と記号の説明

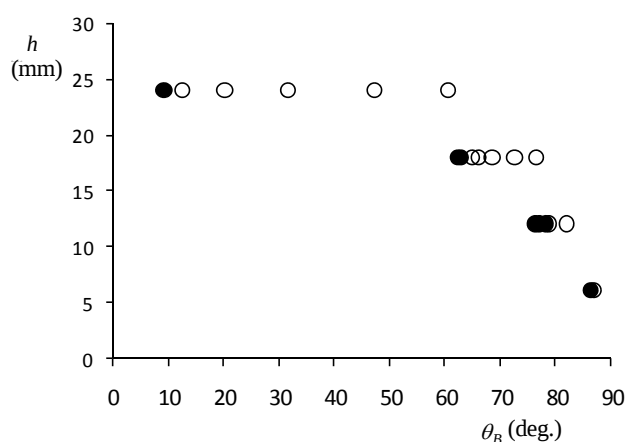


図-3 実験結果の概要（○：安定，●：不安定）

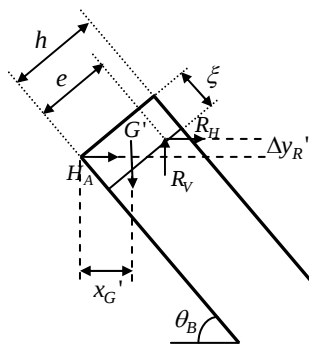


図-4 力の作用線理論の概念図

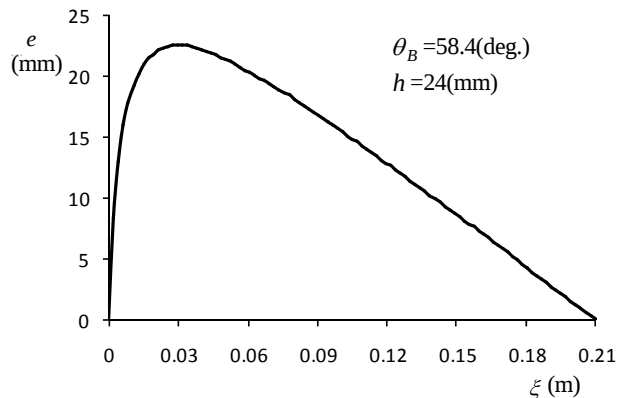


図-5 力の作用線の高さと距離の関係

まず鉛直方向と水平方向の力の釣り合い式、およびA点周りのモーメントの釣り合い式を記述すればそれぞれ式(1)、(2)および(3)となる。モーメントは反時計回りを正とする。また、A点での摩擦は考慮していない。

$$R_V - \rho g \xi h = 0 \quad (1) \quad H_A + R_H = 0 \quad (2) \quad -x_G' \rho g h \xi - R_H \Delta y_R' + R_V x_R' = 0 \quad (3)$$

上式と幾何学的関係式(4)、(5)および(6)を用いると、力の作用点の高さ e とA点からの距離 ξ の関係式(7)を導くことができる。

$$x_G' = \frac{h}{2} \sin \theta_B + \frac{\xi}{2} \cos \theta_B \quad (4) \quad x_R' = e \cdot \sin \theta_B + \xi \cdot \cos \theta_B \quad (5) \quad \Delta y_R' = e \cdot \cos \theta_B - \xi \cdot \sin \theta_B \quad (6)$$

$$e(H_A \cos \theta_B + \rho g h \xi \sin \theta_B) + \xi \left(-\frac{h}{2} \rho g h \sin \theta_B - H_A \sin \theta_B \right) + \xi^2 \frac{1}{2} \rho g h \cos \theta_B = 0 \quad (7)$$

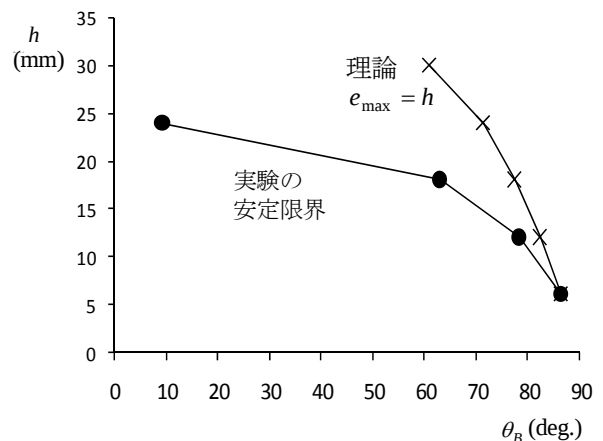
上式中の H_A は、図-2に示した棒全体の力の釣り合いから式(10)を用いて計算することができる。

$$V_B - M_G g = 0, M_G = \rho l h \quad (8) \quad H_A + H_B = 0 \quad (9)$$

$$V_B l \cos \theta_B - M_G g \left(\frac{l}{2} \cos \theta_B + \frac{h}{2} \sin \theta_B \right) + H_B l \sin \theta_B = 0 \quad (10)$$

$h=24(\text{mm})$, $\theta_B=58.4(\text{deg.})$ として計算した結果を図-5に示す。この場合は非対称の強い分布形を示すとともに、 e の最大値は h を超えていない。

図-3に示した実験結果から読み取った安定限界と、式(7)を用いて計算される e の最大値が h に等しくなる θ_B と h の関係を示したのが図-6である。理論は実験結果と適合していない。これは、棒を二分割した場合には、 e の最大値が h に等しくなるという条件(力の作用線の最大高さ位置が棒の外に出る条件)は安定条件としては厳しすぎることを示していると考えられる。

図-6 安定限界に関する実験と理論($e_{\max} = h$)の比較

4. おわりに： 今後、二分割された棒に対する安定条件として、棒の半分の位置での e の値が h と等しくなる条件などを設定して実験結果との適合性を検討したい。また、A点での摩擦力を考慮したモデルや棒を多分割した場合の安定条件についても検討したいと考えている。

参考文献：[1] 細田 尚, 岸田 潔, 西藤 潤, 白井秀和：土木工学者としてのミランコビッチの業績に関する調査研究, 土木史研究, 講演集 Vol.34, pp.181-186, 2014.