

京都大学工学部 学生員 ○松島 良太郎  
 京都大学工学研究科 正会員 五十里 洋行  
 京都大学工学研究科 正会員 後藤 仁志

1. はじめに

計算粒径以下の浮遊砂の輸送を扱うためには、移流拡散方程式に基づいたサブモデルの導入が不可欠である。本研究では、既存のモデルをベースに粒子法型の濁質輸送モデルを開発し、濁水の水面突入・拡散過程の数値シミュレーションを通じて、本モデルの妥当性についての検討を行う。

2. 数値計算手法

(1) 流体計算手法

流体計算には ISPH-HS-HL-ECS-GC-DS 法<sup>1)</sup>を用いた。kernel 関数には、Wendland 型関数を使用した。また、乱流モデルとして標準 k-ε モデルを使用した。

(2) 濁質輸送モデル

本研究では、移流拡散方程式

$$\frac{DC}{Dt} = -\nabla(\mathbf{u}_s C) + \nabla(D_{diff} \nabla C) + Q \quad (1)$$

$$D_{diff} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \quad (2)$$

により濁質の輸送を解く (C : 濁質濃度,  $\mathbf{u}_s$  : 沈降速度ベクトル,  $D_{diff}$  : 拡散係数,  $\sigma_k$  : 乱流シュミット数)。

(1) 式右辺はそれぞれ移流項, 拡散項, 外部からの流入(巻き上げ)を表す項である。各項について詳細を述べる。

a) 移流項

移流項の計算には2つのモデルを使用した。

Model-1)

Model-1 は Krištof ら<sup>2)</sup>のスキームをそのまま用いたものである。このモデルでは沈降速度を一定とし、移流項を次のように離散化する。

$$-\nabla(\mathbf{u}_s C) = \begin{cases} -\mathbf{u}_s \cdot \sum_{j \neq i} V_j C_j \nabla W_i & \text{if } \mathbf{u}_s \cdot \mathbf{r}_{ij} \leq 0 \\ -\mathbf{u}_s \cdot \sum_{j \neq i} V_j C_i \nabla W_i & \text{if } \mathbf{u}_s \cdot \mathbf{r}_{ij} > 0 \end{cases} \quad (3)$$

沈降速度の推定には Stokes 則を用いた。

Model-2)

Model-2 では流体の加速度を考慮して沈降速度を変動させる。濁質の運動方程式に、単一球の運動方程式を援用すれば、以下に示す変動型の沈降速度を得ることができる。

$$\mathbf{u}_{s0} = -\frac{d_{50}^2(\rho_s - \rho_l)}{18\mu(1 + 0.15Re_p)} \left( \frac{d\mathbf{u}}{dt} - \mathbf{g} \right) \quad (4)$$

ここに、 $\rho_s$  : 濁質の密度,  $\rho_l$  : 流体密度,  $\mathbf{u}_{s0}$  : 沈降速

度ベクトル,  $C_M$  : 付加質量係数,  $C_D$  : 抗力係数,  $d_{50}$  : 濁質の平均粒径,  $Re_p$  : 粒子レイノルズ数である。

さらに、濁質が集団で存在している場合、個々の濁質間の相互作用によって沈降速度が減少することを考慮する<sup>3)</sup>。

$$\frac{u_s}{u_{s0}} = (1 - C)^{4.65} \quad (5)$$

移流項は、次のように離散化する。

$$\begin{aligned} -\nabla(\mathbf{u}_s C) &= -\mathbf{u}_s \cdot \nabla C - C \nabla \mathbf{u}_s \\ &= -\mathbf{u}_{si} \cdot \sum_{j \neq i} V_j C_j \nabla W_i - C_i \sum_{j \neq i} V_j \mathbf{u}_{sj} \cdot \nabla W_i \\ &= -\sum_{j \neq i} V_j (C_j \mathbf{u}_{si} + C_i \mathbf{u}_{sj}) \frac{dW_{xij}}{dr} \frac{x_{ij}}{r} \\ &\quad - \sum_{j \neq i} V_j (C_j \mathbf{u}_{si} + C_i \mathbf{u}_{sj}) \frac{dW_{yij}}{dr} \frac{y_{ij}}{r} \end{aligned} \quad (6)$$

右辺最終行第一項, 第二項はそれぞれ x, y 方向の移流を表している。相互作用の相手が壁粒子の時のみ  $C_j = C_i$ ,  $\mathbf{u}_{sj} = \mathbf{u}_{si}$  として計算する。この式に、Krištof らの条件分岐を組み合わせ、 $\mathbf{u}_{si}$  と  $x_{ij}$ ,  $\mathbf{u}_{si}$  と  $y_{ij}$  が同符号の時のみ濃度の受け渡しを行う。

b) 拡散項

SPH 法の高次 Laplacian モデルにより計算した。乱流シュミット数は 1.0 とした。

c) 巻き上げモデル

本研究では、一度沈殿した濁質の巻き上げを考慮する。巻き上げ量の推定には

$$Q_p = C_p \left( \frac{\tau_t - \tau_{*c}}{\tau_{*c}} \right)^{1.5} \frac{(\frac{\rho_s}{\rho_l} - 1)^{0.6} g^{0.6} d_{50}^{0.8}}{\nu^{0.2}} \quad (7)$$

を用いる<sup>4)</sup>。ここに、 $\tau_t$  : 無次元掃流力,  $\tau_{*c}$  : 無次元限界掃流力,  $C_p$  : 無次元定数である。

3. 濁水の水面突入・拡散シミュレーション

(1) 計算条件

Mcleod ら<sup>5)</sup>によって行われた実験を対象に数値シミュレーションを行い、結果を比較することで Model-1, 2 の妥当性を検証する。図-1, および表-1 に計算条件を示す。

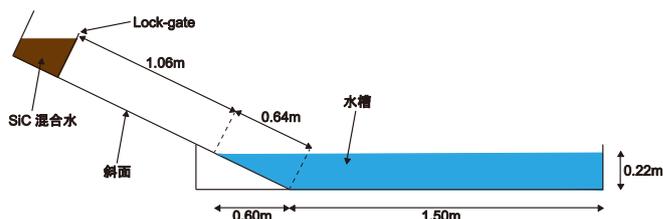


図-1 計算領域

表-1 濁水の条件

濁水の密度	1.3 g/cm <sup>3</sup>
濁質の密度	3.22 g/cm <sup>3</sup>
濁質の平均粒径	110 μm
単位幅水量	0.00667 m <sup>3</sup> /m

(2) 数値シミュレーション結果

図-2 に、Model-2 を用いた計算の各時間における濃度分布図を示す。

図-3 は、縦軸に初期汀線位置からの水平距離  $x$ 、横軸に濁水がこの位置に到達した瞬間からの経過時間  $t_f$  として密度流フロント位置の時間変化を表したグラフである。Model-1, 2 とともに 10.0s 付近までは実験結果と良好に一致している。10.0s 以降において Model-1 で乖離が見られる一方で Model-2 の結果は実験結果と良く一致した。

図-4 に濁質堆積量を示す。Model-1 のグラフの形状が実験と大きく異なる結果となった。一方で、Model-2 の結果は実験結果と概ね良好に対応したが、 $x=0.4m$  から  $0.8m$  付近で実験結果より過少に評価される結果となった。その一因として、計算では濁質の粒度分布を考慮せず、均一粒径として扱っていることが考えられる。粒度分布を考慮すれば、沈降速度の違いにより、堆積量の少ない領域にもう少し多くの濁質が堆積すると考えられる

以上の結果は、今回のケースにおける水面突入時のように、急に流速が変化するような場合には沈降速度を一定とすると濁質の挙動の記述が不十分で、沈降速度に流体の加速度の影響も加えて考慮する必要があることを示唆している。

4. おわりに

本研究では、開発した濁質輸送モデルと既存のモデルを、濁水の水面突入・拡散過程の数値シミュレーションを通じて比較した。結果として、Model-1 に比べて Model-2 の精度が高いことが示された。

今後は粒度分布の考慮を含む改善を加えるとともに、更なる検証を行っていきたい。

参考文献

- 1) H. Gotoh, A. Khayyer, H. Ikari, T. Arikawa, K. Shimosako: On enhancement of Incompressible SPH method for simulation of violent sloshing flows, Applied Ocean Research, Vol. 46, pp.104-115, 2014.
- 2) P. .Křištof, B.Beneš, J. Křivánek, O.Št'ava: draulic Erosion Using Smoothed Particle Hydrodynamics, Computer Graphics Forum, Vol.28, pp.219-228, 2009.
- 3) J. F. Richardson, W. N. Zaki; SEDIMENTATION AND FLUIDISATION: PART 1, TRANS. INSTN CHEM. ENGRS, Vol. 32, 1954.
- 4) P. Nielsen: Coastal bottom boundary layers and

sediment transport by waves, World Scientific, pp.224-226, 1992.

- 5) P. McLeod, S. Carey, R. S. J. Sparks: Behavior of particle-laden flows into the ocean: experimental simulation and geological implications, Sedimentology, Vol. 46, pp.523-536, 1999.

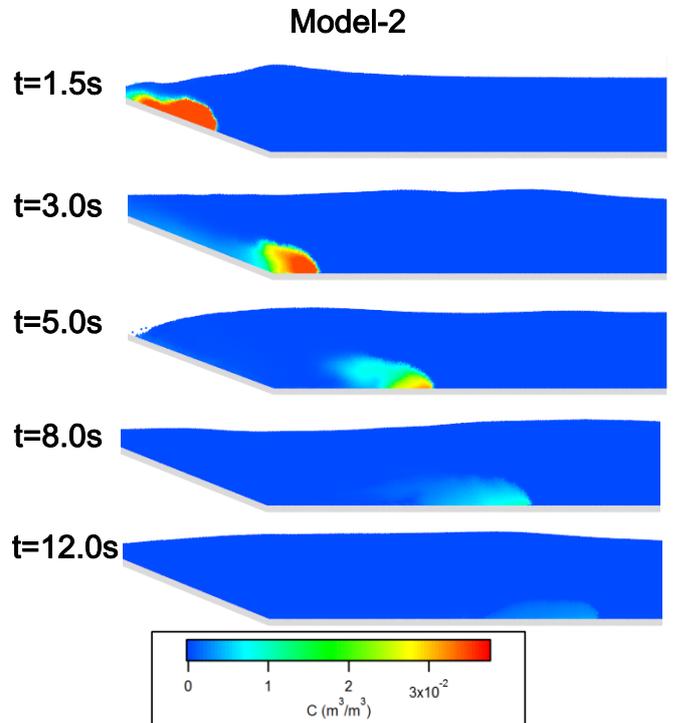


図-2 濃度分布図

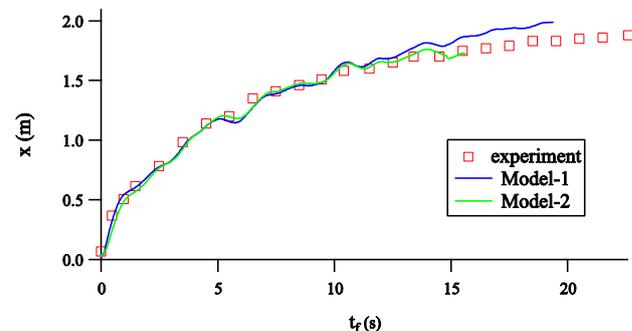


図-3 密度流フロント位置の時間変化

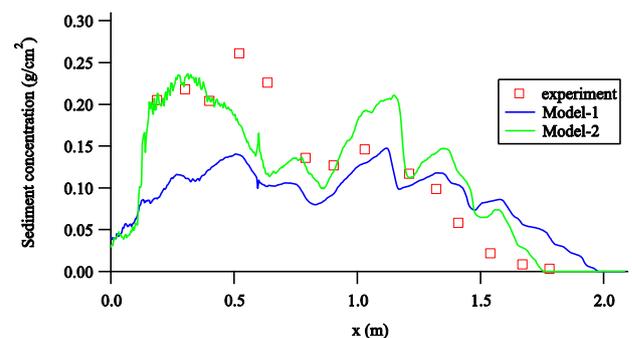


図-4 濁質堆積量