

第 I 部門

物体周囲の剥離流れ及び後流域に対する DMD 解析の適用

京都大学工学部 学生会員 ○下西 舞
京都大学大学院工学研究科 学生会員 谷口優佑

京都大学大学院工学研究科 学生会員 塚前伊久磨
京都大学大学院工学研究科 正会員 白土博通

1. 序論

乱流中の矩形断面周りにおける流れのスパン方向の相関は、接近流のスパン方向の相関に比べ高くなることが知られており、接近流が剥離せん断層に遷移する過程で流れの二次元化が促進されることや、剥離バブルが空間相関上昇に寄与している等の説明がなされている。

本研究では、剥離バブルが空間相関上昇に強く寄与していると考え、矩形断面周りの流れ場の可視化実験を行い、PIV 解析を施した。得られた流れ場に対して DMD(Dynamic Mode Decomposition)解析を適用し、矩形断面後流域及び剥離バブル領域の空間特性について考察を行った。また、規則的な流れ場に対し DMD 解析を行うことで DMD 解析の手法及び有用性について検討した。

2. 風洞実験概要及び PIV 解析

室内回流式エッフェル型風洞（測定部高さ 1,800 mm, 幅員 1,000 mm, 長さ 6,550 mm）を用いて、模型スパン長 $L = 890$ mm, 桁高 $D = 37.5$ mm, $B/D = 1.0$, 8.0 の 2 種類の矩形断面模型を対象に流れ場の可視化実験を行った。模型後流域、スパン中央断面周り（以下 XZ 平面）、模型上側面に平行な水平面（以下 XY 平面）の 3 種類の平面に対し可視化実験及び PIV 解析を行った。気流は一様流及び乱流とし、風速は主流方向平均風速 $U = 1.0, 1.5$ m/s の 2 種類を設定した。格子乱流の接近流変動風速鉛直成分 w 成分の乱れ強度は約 8.5%, 乱れスケールは約 41 mm である。なお、以下では主流方向を x , 鉛直上向きを y , スパン方向を z とし、それぞれの風速を u, v, w とする。また、以降の図はいずれも $U = 1.0$ m/s である。

3. DMD 解析

(1) 概要

DMD 解析では瞬間場の前後関係を扱うことで、流れの増幅減衰や位相といった動的な情報を周波数毎

に抽出することができる。

(2) 数理^{[1][2]}

ある瞬間の流れ場 $\mathbf{x}'_t \in \mathbf{R}$ に対して線形写像 A を作用させることで、次の瞬間の流れ場 $\mathbf{x}'_{t+1}$ が得られると仮定する。

$$A\mathbf{x}'_t = \mathbf{x}'_{t+1} \quad (t = 1, 2, 3, \dots, m) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{X}_1^m = [\mathbf{x}'_1 \ \mathbf{x}'_2 \ \dots \ \mathbf{x}'_m]$ と定義すると、

$$A\mathbf{X}_1^m = A[\mathbf{x}'_1 \ \mathbf{x}'_2 \ \dots \ \mathbf{x}'_m] \approx \mathbf{X}_2^{m+1} \in \mathbf{R}^{n \times m} \quad (2)$$

となる。この行列 A は画像データのスナップショット数 N で決定され、この A の固有ベクトルが求めた動的モードである。しかし行列 A は大きな行列であるため計算精度が低く、特異値分解を用いて近似的に固有値及び固有ベクトルを得た。

これらから流れ場は以下のように表される。

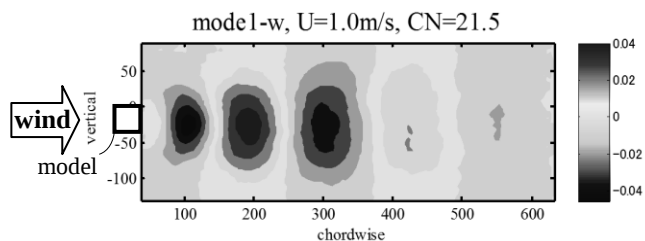
$$\mathbf{x}'_t = A^{t-1}\mathbf{x}'_1 = \sum_{i=1}^r c_i \kappa_i^{t-1} \xi_i \quad (3)$$

κ_i は i 次モードの固有値、 ξ_i は i 次モードの固有ベクトルを示す。式(3)で時間変化するのは κ_i^{t-1} 項のみなため、 ξ_i の表す流れは $|\kappa_i| < 1$ のときには減衰、 $|\kappa_i| > 1$ のときには増幅し、 $|\kappa_i| \approx 1$ のときには振幅が一定の流れを表す。モード次数を決定する際には以下の様に定めた寄与率 c_{midi} を並び替え、大きいものから順に 1 次モード、2 次モードとした。

$$c_{\text{midi}} = c_i \left| \kappa_i^{\frac{t}{2}} \right| \quad (4)$$

4. 模型後流域に対する DMD の適用

カルマン渦が卓越する $B/D = 1.0$ の模型後流域に対し DMD を行った。図 1 に w 成分の 1 次モードを示す。モード形状が正負交互に連続して形成されている様子が表れており、模型上端及び下端から交互に渦が放出されている様子を抽出している。

図 1. 模型後流の w 成分 DMD1 次モード

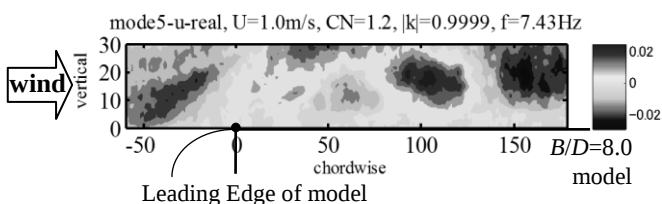
u 成分でも同様にカルマン渦由来の周期的な渦が抽出できており、DMD 解析によって支配的な流れを効率的に得られると言える。また、DMD の特性であるモード毎の周波数や流れの増幅及び減衰の様子を確認でき、DMD 解析の有用性が示された。

5. 模型周囲の剥離流れに対する DMD の適用

$B/D = 1.0, 8.0$ の模型周囲の流れに対して DMD 解析を行った。

(1) XZ 平面

$B/D = 8.0$ 模型の XZ 平面に対し DMD 解析を施した結果を図 2 に示す。モード形状が正負交互に形成されており、ここから模型前縁で剥離した流れが渦を形成しながら後流へと輸送されていく様子を表していると考えられる。モード形状の変化から、一様流中では模型前縁から 100 mm の地点で剥離せん断層の再付着が起こっていると考えられる。乱流中では 75 mm の地点で再付着が起こっており、乱れの連行作用によるものであると考えられる。

図 2. 乱流中 $B/D = 8.0$ 模型 XZ 平面の DMD モード (u 成分 5 次モード)

(2) XY 平面

乱流中の $B/D = 8.0$ 模型周囲の流れ場を図 3 に示す。 v 成分の様々なモードにおいて前縁から 50 mm (1.33D) の地点で大きな変動が表れたことから、この地点で鉛直上向きの軸を持つ渦が発生していると考えられる。この位置は Bruno らが提唱する剥離バブル内の 3 領域の, pseudo-triangular region と main vortex の境界に相当し、模型表面から吹き上げる流れが生じている。これによる流れの供給が主流方向及びスパン方向から生じ、流れの変動から渦が生じたと考

察できる。同様に剥離せん断層の再付着点付近でも変動が表れており、鉛直上向きの軸を持つ渦が生じていると考えられる。

以上のことから、剥離バブルによって流れの再付着や離脱が生じ、 v 成分が生まれた結果、流れのスパン方向の空間相関上昇が起こると考えられる。

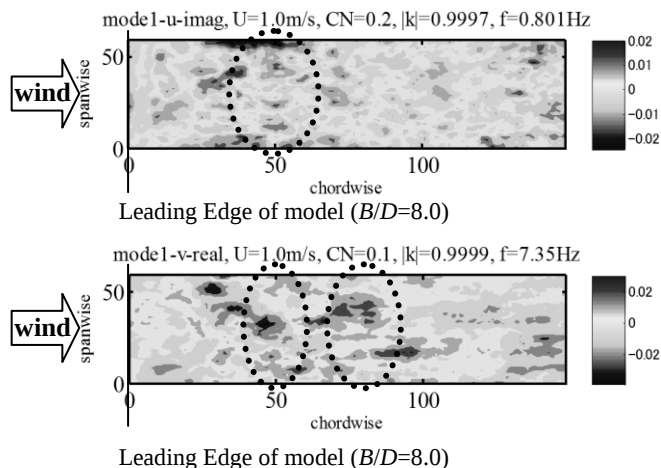
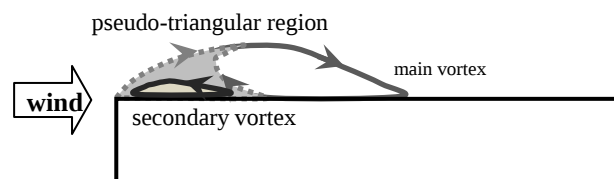
図 3. 乱流中 $B/D = 8.0$ 模型 XY 平面の DMD モード (上: u 成分 1 次モード, 下: v 成分 1 次モード)

図 4. 矩形断面の剥離バブル内部の 3 領域

6. まとめ

周期性の強い模型後流域に対する DMD 解析では、支配的な周波数成分のモードを効率的に抽出できた。また、各周波数の時間経過による変動も評価でき、DMD 解析の有用性を示すことができたといえる。

剥離バブル内の複雑な流れ場に対する DMD 解析では、剥離せん断層の再付着点及び pseudo-triangular region の境界でそれぞれ鉛直上向きの軸を持つ渦を抽出することができた。この渦により、スパン方向の空間相関が上昇すると考えられる。

参考文献

- [1] P. J. Schmid: "Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data", J. Fluid Mech., 656 (2010)
- [2] 平邦彦: 固有直交分解による流体解析: 2. 応用, ながれ, 30 (2011)
- [3] Luca Bruno et al.: "Simulated flow around a rectangular 5:1 cylinder: Spanwise discretization effects and emerging flow features", JWEIA, (2012)