

京都大学工学部 学生員 ○清水 裕真
 京都大学工学研究科 正会員 Khayyer Abbas
 京都大学工学研究科 正会員 後藤 仁志

1. はじめに

粒子法の一つである MPS(Moving Particle Semi-implicit)法¹⁾は大変形や複雑な自由水面を伴う問題の解析に優れている。近年、解析に伴う圧力擾乱の問題を改善する高精度化手法^{2) 3) 4)}が数多く提案され、実現象の再現性は著しく向上した。しかしながら、それらの高精度化手法がエネルギーの保存性に与える影響は未だ研究されていない。そこで本研究では、圧力擾乱抑制のための高精度化手法について、ベンチマークテストを実施し、各高精度化手法のエネルギー保存性の向上性について検討する。

2.高精度化手法

本研究では、検討する高精度化手法として、Khayyer, Gotoh の HS, HL, ECS, GC²⁾, Tsuruta らの DS³⁾に加え、Wendland kernel を採用し数値解析を実施した。

・Wendland kernel⁴⁾

標準 MPS 法で用いられる重み関数は以下である。

$$w(\mathbf{r}_{ij}) = \begin{cases} \frac{r_e}{|\mathbf{r}_{ij}|} - 1 & \text{for } |\mathbf{r}_{ij}| < r_e \\ 0 & \text{for } r_e \leq |\mathbf{r}_{ij}| \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 r_e : 影響半径である。ここで、Wendland kernel⁴⁾を代わりに用いると、重み関数は以下ようになる。

$$w(\mathbf{r}_{ij}) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|\mathbf{r}_{ij}|}{r_e}\right)^4 \left(1 + 4 \frac{|\mathbf{r}_{ij}|}{r_e}\right) & \text{for } |\mathbf{r}_{ij}| \leq r_e \\ 0 & \text{for } |\mathbf{r}_{ij}| > r_e \end{cases} \quad (2)$$

標準 MPS で用いられる重み関数が一階、二階微分において影響円周上で 0 に収束しないのに対し、Wendland kernel は 0 へ収束する。このことから、HS,HL を用いる際の局所平均の精度が上昇する。

重み関数の変化に対応して HS, HL の式は、以下のように書き直される。

HS:

$$\langle \nabla^2 p_{k+1} \rangle_i = -\frac{\rho}{n_0 \Delta t} \sum_{j \neq i} \frac{20}{r_e^2} \left(1 - \frac{|\mathbf{r}_{ij,k}^*|}{r_e}\right)^3 (x_{ij,k}^* u_{ij,k}^* + y_{ij,k}^* v_{ij,k}^*) \quad (3)$$

HL:

$$\langle \nabla^2 p \rangle_i = \frac{1}{n_0} \sum_{j \neq i} 60 p_{ij} \frac{|\mathbf{r}_{ij}|}{r_e^3} \left(1 - \frac{|\mathbf{r}_{ij}|}{r_e}\right)^2 \quad (4)$$

3. 数値シミュレーション結果

3.1 Standing Wave Simulation⁵⁾ (容器内定在波)

(1) 数値シミュレーション概要

図-1に計算領域を示す。計算粒子の粒径は0.010mであり、最大時間刻み幅は 2.5×10^{-4} 秒に設定した。

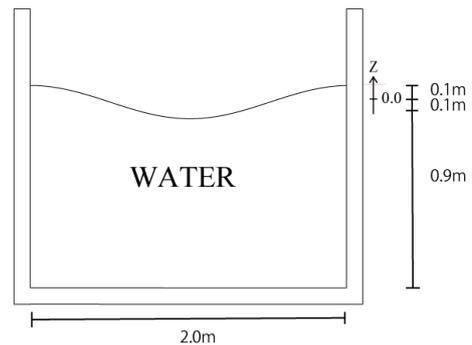


図-1 Standing Wave Simulation の計算領域

(2) 数値シミュレーション結果

容器中心の水深の時間変動について、付加する高精度スキームを変えた各 MPS の結果と Wu らによる二次の理論解⁶⁾とを比較した(図-2)。程度の差はあるものの、各高精度スキームのエネルギー保存性についての効果が現れており、特に GC が非常に大きい改善を示している。また、最も高精度化された手法である MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND については、10 秒時点においても理論値に近い振幅を維持しており、エネルギー保存性は非常に改善されていると言える。さらに、図-3 に MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND について計算を 25 秒まで拡張し、粒径を半分にしたものを伏せて示す。減衰はしているものの、25 秒時点に

においても大きな振動を維持しており、非常に高いエネルギー保存性が確認された。

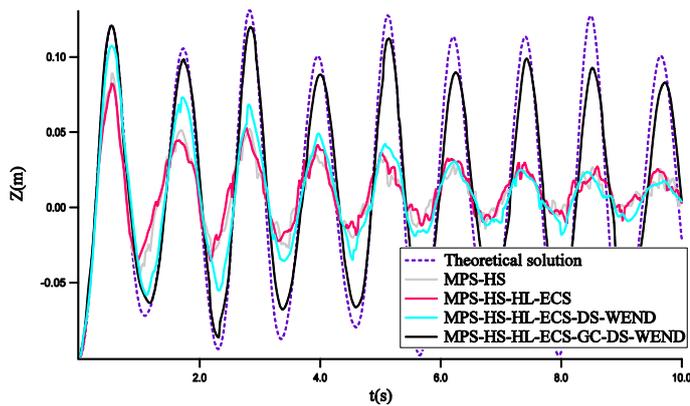


図-2 水深の時間変化

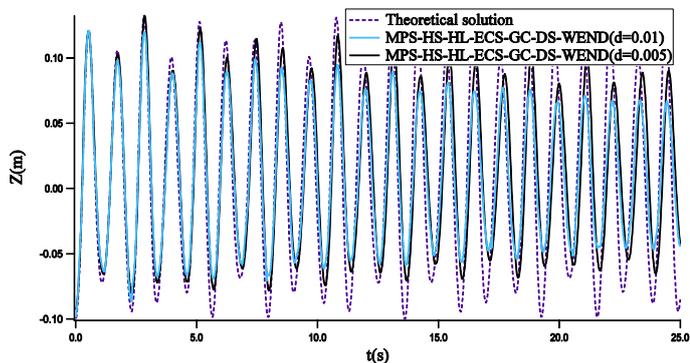


図-3 水深の時間変化(異なる粒径での比較)

3.2 Solitary wave propagation (孤立波)

(1) 数値シミュレーション概要

図-4 に計算領域を示す。粒子径は 0.0050m であり、最大時間刻み幅は 2.5×10^{-4} 秒に設定した。

左端の壁面を船久保らの実験⁷⁾に基づいて動かし孤立波を作成、左壁から 1m ごとに底面からの水面の高さの時間変化を観測した。

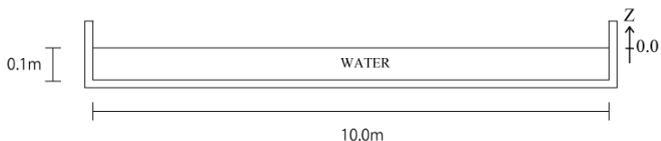


図-4 Solitary wave propagation の計算領域

(2) 数値シミュレーション結果

図-5 に、左壁からそれぞれ 1m, 2m, 3m, 9m の位置において観測された波高 a を水深 $h(=0.1\text{m})$ で除し、無次元化した値を比較して示す。図-5 より、各高精度化手法が値の維持性を改善しており、エネルギー保存性改善の効果を持っていることが確認された。また、MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND が 9m 地点において最も高い波高を維持しており、エネルギー保存性に優れているといえる。

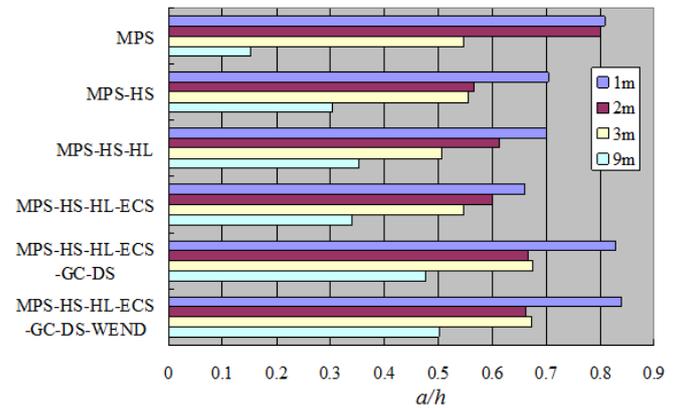


図-5 1m,2m,3m,9m における a/h の比較

4. おわりに

本稿では、圧力擾乱抑制のための各高精度化手法についてベンチマークテストを実施し、各手法のエネルギー保存性の改善に関する検証を実施した。結果として、程度の差はあるが各手法はエネルギー保存性の改善に効果があることが示された。中でも最も高精度スキームを多く含む MPS-HS-HL-ECS-GC-DS-WEND において、非常に高いエネルギー保存性を持つことが示された。

しかしながら、それでもなお多少のエネルギー減衰が見られるため、今後はその減衰の原因を究明するとともに、よりエネルギー保存性に優れた手法の開発を行っていきたい。

参考文献

- 1) S. Koshizuka and Y. Oka: Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, Nuclear Science and Engineering, Vol. 123, pp.421-434, 1996.
- 2) Khayyer, A. and H. Gotoh: Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method, J. Comp. Phys., Vol.230, No.8, pp.421-434, 2010.
- 3) N. Tsuruta, Khayyer A. and H. Gotoh: A short note on Dynamic Stabilization of Moving Particle Semi-implicit method, Computer & Fluids, Vol. 82, pp.158-164, 2013.
- 4) H. Wendland: Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree, Advances in Computational Mathematics, Vol. 4, pp.389-396, 1995.
- 5) Y. Suzuki, S. Koshizuka and Y. Oka: Hamiltonian moving-particle semi-implicit (HMPS) method for incompressible fluid flow, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 196, pp.2876-2894, 2007.
- 6) G.X. Wu and R. Eatock Taylor: Finite element analysis of two-dimensional non-linear transient water waves, Appl. Ocean Res, Vol. 16, pp.363-372, 1994.
- 7) 船久保悠子, 皆川大輔 ほか: 大振幅浅水孤立波の不安定, 数理解析研究所講究録 1231 巻, pp.1-8, 2001.