第Ⅱ部門　　ISPH 法への高精度スキームの導入に関する基礎的研究

京都大学工学部　学生員　○江尻　知幸
京都大学大学院工学研究科　正会員　後藤　仁志
京都大学大学院工学研究科　正会員　五十里洋行
京都大学大学院工学研究科　正会員　Khayyer　Abbas

1. はじめに

粒子法の一種である高精度 ISPH(CISPH-HS-HL-ECS)法 [1]へ粒子法の高精度化手法の一種である高精度勾配モデル [2]と Dynamic Stabilizer(DS)[3]を導入したモデルを用いて数値解析を行い，理論値や実験結果と比較することで，モデルの妥当性や，高精度スキームの効果について検討した.

2. 数値解析手法

2.1. 高精度勾配モデル

Oger ら[2]は，圧力勾配モデルを以下の式で記述した.

$$\left\langle \frac{1}{\rho}\nabla p \right\rangle_i = \sum_{j\neq i} m_j \left(\frac{p_j}{\rho_j^2} - \frac{p_i}{\rho_i^2} \right) \widetilde{\nabla}_i W_{ij} \tag{1}$$

$$\widetilde{\nabla}_i W_{ij} = \boldsymbol{L}_i \nabla_i W_{ij} \quad ; \quad \boldsymbol{L}_i = \left(\sum_{j\neq i} V_j \nabla_i W_{ij} \otimes \boldsymbol{r}_{ij} \right)^{-1} \tag{2}$$

ここで，p：圧力，ρ：密度，m：質量，$\boldsymbol{L}$：修正行列，V：体積要素，$\boldsymbol{r}_{ij}$：粒子 i，j 間の相対位置ベクトルである．なお，W は kernel 関数であり，本研究では Wendland 型関数 [4]を適用する．

本稿では， MPS 法において Khayyer・Gotoh[5]が提案した高精度勾配モデル(Gradient Correction，GC 法)にならい，式(1)を GC 型勾配モデルと呼ぶ.

2.2. Dynamic Stabilizer (DS)

支配方程式をある程度の時間間隔で離散的に解く粒子法では，計算過程で粒子が重なり，数値不安定を引き起こす可能性がある．そこで DS[3]では，計算を安定化させるために必要最小限の人工斥力を与える. 本研究では, これを ISPH 法にも導入する.

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}_{ij}^{DS} = 0 & if \left|\boldsymbol{r}_{ij}^{*}\right| \geq d_{ij} \\ \boldsymbol{F}_{ij}^{DS} = -\rho_i \Pi_{ij} \boldsymbol{e}_{ij,//} & if \left|\boldsymbol{r}_{ij}^{*}\right| < d_{ij} \end{cases} \tag{3}$$

$$d_{ij} = \alpha_{ds} \frac{d_i + d_j}{2}, \ \Pi_{ij} > 0 \tag{4}$$

$$\Pi_{ij} = \frac{\rho_j}{\Delta t^2 (\rho_i + \rho_j)} \left(\sqrt{d_{ij}^2 - \left|\boldsymbol{r}_{ij,\perp}^{*}\right|^2} - \left|\boldsymbol{r}_{ij,//}^{*}\right| \right) \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{F}_{ij}^{DS}$：粒子 j から粒子 i に作用する人工的な斥力ベクトル，Π_{ij}：$\boldsymbol{F}_{ij}^{DS}$ の大きさを調整するパラメータ，$\boldsymbol{e}_{ij,//}$：$\boldsymbol{r}_{ij}$ の単位ベクトル，α_{ds}：$\boldsymbol{F}_{ij}^{DS}$ の有効半径を調整するパラメータを表し，上付き添え字*は本来の勾配モデルにより粒子の速度，座標が更新された後の物理量の状態を表す.

3. 数値解析モデルの検証

本稿では，MODEL1 を CISPH-HS-HL-ECS 法，MODEL2 を CISPH-HS-HL-ECS-GC 法，MODEL3 を CISPH-HS-HL-ECS-DS 法，MODEL4 を CISPH-HS-HL-ECS-GC-DS 法とし，この 4 つのモデルをすべての解析で共通して用いた.

3.1. 仮想振動重力場における圧力値の計算

(1)数値シミュレーション概要

幅 1.0m，水深 0.1m とした二次元矩形水槽に仮想的な重力を与え，水槽底面中央部における圧力値を理論値と比較することで，各解析モデルの精度を検討した. 仮想重力については, 以下のように与える.

振幅増幅条件：$g_d = g + \delta g \sin\frac{2\pi t}{T} e^{\left(\frac{\psi \pi t}{T}\right)}$ (6)

振幅一定条件：$g_d = g + \delta g \sin\frac{2\pi t}{T}$ (7)

ここで，g_d：仮想重力，重力$g = 9.81\,m/s^2$，変動周期$T = 0.04s$であり，振幅および増幅速度を調整するパラメータをそれぞれ$\delta = 0.1$，$\psi = 0.024$とする.

CASE1：振幅増幅条件×粒子規則配列，CASE2：振幅増幅条件×粒子不規則配列，CASE3：振幅一定条件×粒子規則配列，CASE4：振幅一定条件×粒子不規則配列の 4 つのケースについて数値解析を行った.

(2)数値シミュレーション結果

表-1 に，理論値に対する RMSE を示す．MODEL2 については圧力値の擾乱が非常に激しく計算が不安定であったため，MODEL1，MODEL3，MODEL4 について比較する．これより，すべてのケースにおいて，DS を導入した MODEL3 および MODEL4 については MODEL1 と比較して約 2~8N/m^2の差があり，DS 導入による高精度化の効果が見られた.

Tomoyuki EJIRI, Hitoshi GOTOH, Hiroyuki IKARI and Abbas KHAYYER
ejiri.tomoyuki.56z@st.kyoto-u.ac.jp

3.2. スクウェアパッチテスト

(1)数値シミュレーション概要

本計算では，無重力場(平面二次元場)で正方形に配置した水塊(L=1.0m)を初速度として角速度$1.0s^{-1}$で時計回りに回転させ, 中心位置の圧力を計測した．

(2)数値シミュレーション結果

各解析モデルと境界要素法(BEM)[6]による解析結果を図-2 に示す．これより，負圧場の計算においては GC 型モデルが有効ではあるものの， DS と併せて導入する必要があることが確認できる．

表-1 理論値に対する RMSE(N/m^2)

	MODEL1 (CISPH-HS-HL-ECS)	MODEL2 (CISPH-HS-HL-ECS-GC)	MODEL3 (CISPH-HS-HL-ECS-DS)	MODEL4 (CISPH-HS-HL-ECS-GC-DS)
CASE1 (振幅増幅×規則配列)	18.34	測定不能	12.29	12.27
CASE2 (振幅増幅×不規則配列)	18.88	測定不能	15.06	12.39
CASE3 (振幅一定×規則配列)	18.26	測定不能	10.03	12.11
CASE4 (振幅一定×不規則配列)	14.17	測定不能	9.84	11.82

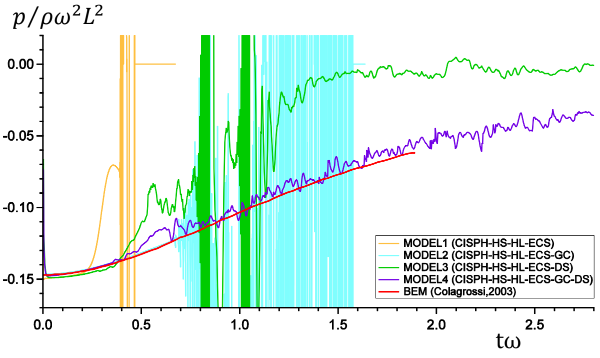

図-1 水塊中心位置の圧力時系列

3.3. 円柱型浮体の振動計算

(1)数値シミュレーション概要

図-2 に，計算領域を示す．浮体の密度$\rho_s = 500\,kg/m^3$，初期水面の高さを釣り合い高さとし，釣り合い高さからの垂直変位y(初期値$y_0 = 2.54cm$)を計測した．

(2)数値シミュレーション結果

実験結果[7]と各解析モデルによる解析結果を図-3 に示す．これより， 従来の勾配モデルで定義される MODEL1，MODEL3 については振幅の減衰が著しいことが分かる．

4. おわりに

本稿では，高精度 ISPH(CISPH-HS-HL-ECS)法へ GC 型勾配モデルと DS を導入したモデルを用いて数値解析を行った．これより，DS には高精度化の効果が見られ，GC 型勾配モデルは負圧場の計算において有効であるが，DS と併せて導入する必要があることが確認された．今後は GC 型勾配モデルの計算不安定性についても検証していきたい．

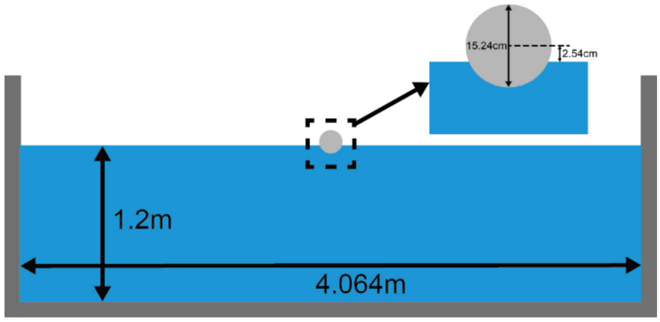

図-2 計算領域

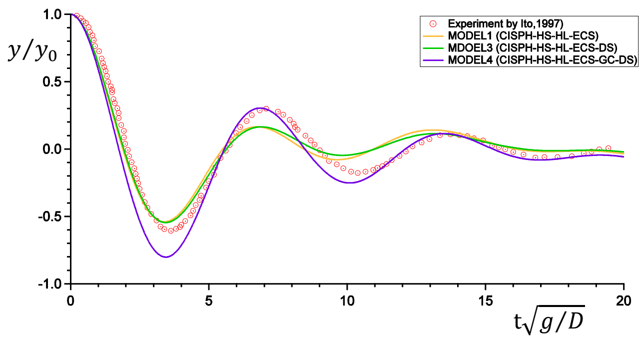

図-3 基準値からの変位の時系列

参考文献

1) H. Gotoh, A. Khayyer, H. Ikari, T. Arikawa, K. Shimosako: On enhancement of Incompressible SPH method for simulation of violent sloshing flows, Applied Ocean Research, Volume 46, 2014, pp.104-115
2) G. Oger, M. Doring, B. Alessandrini, P. Ferrant: An improved SPH method: Towards higher order convergence, Journal of Computational Physics, Volume 225, Issue 2, 2007, pp.1472-1492
3) N. Tsuruta, A. Khayyer, H. Gotoh: A short note on Dynamic Stabilization of Moving Particle Semi-implicit method, Computers & Fluids, Volume 82, 2013, pp.158-164
4) H. Wendland: Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree, Advances in Computational Mathematics, Volume 4, Issue 1, 1995, pp.389-396
5) A. Khayyer, H. Gotoh: Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method, Journal of Computational Physics, Volume 230, Issue 8, 20 April 2011, pp.3093-3118
6) A. Colagrossi: A meshless Lagrangian method for free-surface and interface flows with fragmentation, PhD Thesis, Universita di Roma, La Sapienza
7) S. Ito: Study of the transient heave oscillation of a floating cylinder, Massachusetts Institute of Technology, Dept of Ocean Engineering May 1997