

1. 緒言

本研究では、圧縮性流体を対象として、コロケート格子配置に基づく新たな数値解析手法を提案した。本手法では、陰的な計算アルゴリズムを利用して、基礎方程式系の計算を行うため、衝撃波などの不連続面を含む問題に対しても安定に計算を行うことが可能である。さらに、本手法では陽的解法と比較して、計算精度を維持したまま、計算時間を短縮することができる。提案した手法によって、一次元衝撃波伝搬問題と、キャビティ内の壁面加熱による自然対流現象を計算し、解法の妥当性について考察を加えた。

2. 基礎方程式

基礎方程式は、保存形の質量保存則 (1)、運動方程式 (2)、内部エネルギー式 (3)、状態方程式 (4) から構成される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \rho g \delta_{i2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e u_j)}{\partial x_j} = -p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (3)$$

$$p = \rho e(\gamma - 1) \quad (4)$$

ここで、 t は時間、 x_j は三次元直交座標系の j 座標成分、 u_i は x_i 方向の流速成分、 $\rho, g, \tau_{ij}, p, e, q_j, \gamma$ はそれぞれ密度、重力加速度、粘性応力、圧力、内部エネルギー、熱流束、比熱比である。上記の基礎式を、有限体積法を用いてコロケート格子上で離散化する。非圧縮性流体解法である C-ISMALC 法¹⁾と同様の計算アルゴリズムを基礎式に適用することで、陰的な計算アルゴリズムに従い計算を行う。

3. 数値解析手法の適用性

(1) 一次元衝撃波伝搬問題

提案した手法を用いて、一次元衝撃波伝搬問題を解いた。図-1 は、実時間 7.0×10^{-4} [sec] における密度分布である。図中では計算結果および対応する理論解²⁾を、それぞれ実線と点線で描いた。 $x = 0.85$ [m] 付近に数値的な振動が見受けられるが、理論値と良好に一致している。図-2 では、無次元化した質量の変化率 er の

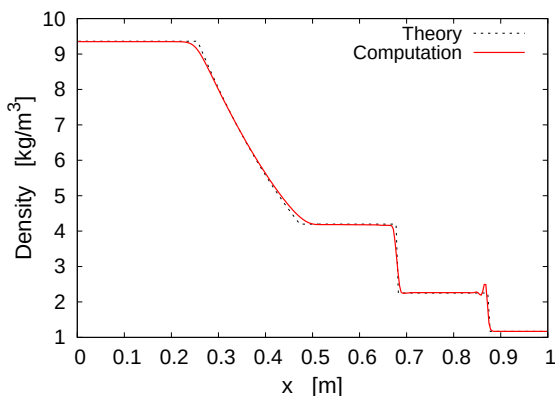


図-1 計算結果と理論解の比較 (密度)

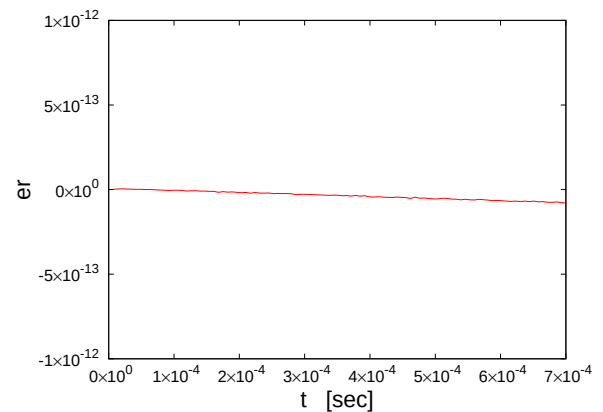


図-2 質量の保存性

値は、全ての時刻にわたって十分に小さく、保存性は高い精度で満たされているといえる。次に、各時間刻みの計算時間 $cputime$ [sec] をケース 1, 2 で比較した結果を、**図-3** に示す。

ケース 1：連続式のみを陰的に、運動方程式と内部エネルギー式を陽的に解く場合

ケース 2：3つの基礎方程式すべてを陰的に解く場合

図-3 から、3つの基礎式すべてに陰的解法を用いる場合には、時間刻みを大きく取ることが可能であるため、全体の計算時間を短縮することが可能であることが示された。

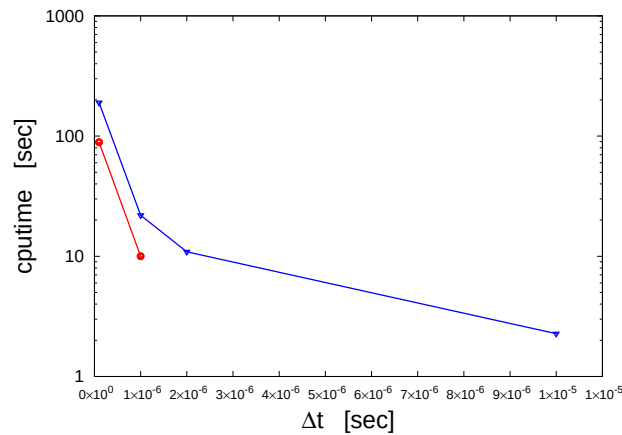
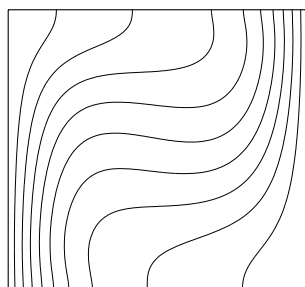


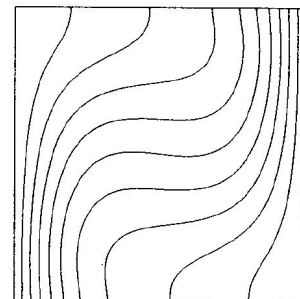
図-3 計算に要した時間の比較 (ケース 1 が赤線, ケース 2 が青線)

(2) キャビティ内自然対流

次にキャビティ内自然対流の計算を行った。**図-4** に、定常状態における温度分布について、計算結果と参照解³⁾の比較を行ったものを示す。この図が示すように、計算結果は参照解³⁾と定性的に比較的良好に一致した。また、本解法では基礎式が保存形で表されるため、計算量域内の質量保存則が高精度に満足されることを確認した。さらに、温度勾配の大きな自然対流では、密度変化が大きくなり、圧縮性の影響が強くなることも確認した。



温度の等高線 (本解法)



温度の等高線 (TCUP 法³⁾)

図-4 キャビティ内自然対流の定常状態の比較

4. 結言

得られた結論は以下の通りである。

- 連続式と運動方程式の解法に、本研究で提案した陰的アルゴリズムを用いることによって、不連続面を含む次元衝撃波伝搬問題を安定的に計算できた。
- 粘性項、拡散項、重力項が干渉し合う自然対流現象についても、概ね適切に再現できることが示された。
- 連続式が保存形表記であるので、衝撃波現象および自然対流現象のいずれに対しても、質量保存則が高精度で満足されることが示された。

参考文献

- 1) 牛島省, 瀬津家久: 自由液面流れに対するコロケート格子を用いた陰的計算法 (C-ISMAC 法) の適用性, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 68, pp. 3252-3258, 2002.
- 2) Sod, G. A.: A survey of several finite difference methods for systems of non-linear hyperbolic conservation laws, Computational Physics, pp. 1-31, 1978.
- 3) 姫野武洋, 渡辺紀徳: 低重力環境における熱流体管理に関する研究, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 69, pp. 266-273, 2003.