

京都大学工学部	学生員	○中吉 真慈
京都大学工学研究科	学生員	鶴田 修己
京都大学工学研究科	正会員	原田 英治
京都大学工学研究科	正会員	後藤 仁志

1. はじめに

MPS 法¹⁾は非定常流場の解析に有効だが、移動床現象への適用例は未だ少ない。本研究では、最新の高精度粒子法(CMPS-HS-HL-ECS 法)²⁾を導入した固液混相流型 DEM-MPS 法(後藤ら³⁾, 2012)を用い、既往の水理実験を対象として2次元数値シミュレーションを実施し、実験結果との比較からモデルの妥当性を検討する。

2. 数値解析手法

2-1 高精度粒子法

本稿では新たに、高次 Laplacian モデル(MPS-HL 法)を導入する。2次元場における高次 Laplacian は

$$\nabla \cdot \langle \nabla p \rangle_i = \frac{1}{n_0} \sum_{i \neq j} \left(\frac{3p_{ij}r_e}{r_{ij}^3} \right) \quad (1)$$

である。ここに、 p : 圧力、 n_0 : 基準粒子数密度、 r_e : 影響半径である。

また、圧力の Poisson 方程式では、誤差補正生成項を導入する (MPS-ECS 法)。ECS 項は以下の

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{\rho} (\nabla^2 p_{k+1})_i &= \frac{1}{n_0} \left(\frac{Dn}{Dt} \right)_i^* + \left| \frac{n^k - n_0}{n_0} \right| \left[\frac{1}{n_0} \left(\frac{Dn}{Dt} \right)_i^k \right] \\ &+ \left| \frac{\Delta t}{n_0} \left(\frac{Dn}{Dt} \right)_i^k \right| \left[\frac{1}{\Delta t} \frac{n^k - n_0}{n_0} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

で与えられる。ここに、 ρ : 密度、 t : 時間、 n : 粒子数密度、添字 k : 計算ステップ数を示す。

2-2 固液混相流型 DEM-MPS 法

本手法では、固相・液相がそれぞれ別の離散化空間で計算され、各物理量を媒介として両空間が接続(投影)される。体積占有率 ϕ を用いて、投影された混相粒子の各物理量は以下式の

$$\bar{\mu} = \mu_l (1 - \sum \phi_{sl}) + \sum \mu_s \phi_{sl} \quad (3)$$

$$\bar{\rho} = \rho_l (1 - \sum \phi_{sl}) + \sum \rho_s \phi_{sl} \quad (4)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_l = (\mathbf{u}_s + \mathbf{r}_{sl} \times \boldsymbol{\omega}_s) \phi_{sl} + \mathbf{u}_l (1 - \phi_{sl}) \quad (5)$$

によって与えられる。ここに、 μ : 粘性係数、 $\mathbf{u}$: 速度

ベクトル、 $\boldsymbol{\omega}_s$: 固相回転角速度ベクトルである。下付き添え字 l, s は液相および固相を示す。混相流場(MPS 計算場)の連続式、運動方程式は

$$\frac{D\bar{\rho}}{Dt} + \bar{\rho} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_l = 0 \quad (6)$$

$$\bar{\rho} \frac{D\bar{\mathbf{u}}_l}{Dt} = -\nabla p + \bar{\mu} \nabla^2 \bar{\mathbf{u}}_l + \bar{\rho} \mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{int}} \quad (7)$$

である。ここに、 $\mathbf{g}$: 重力ベクトル、 $\mathbf{F}_{\text{int}}$: 固相・液相間相互作用力ベクトルである。得られた流れ場から、流体力を考慮して以下の固相要素 (DEM 計算場) の運動方程式

$$m_s \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = \int_V \left(\bar{\rho} \frac{D\bar{\mathbf{u}}_l}{Dt} - \mathbf{F}_{\text{int}} \right) dV + \mathbf{f}_{\text{colp}} \quad (8)$$

$$\mathbf{I}_s \frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \int_V \mathbf{r}_{ls} \times \left(\bar{\rho} \frac{D\bar{\mathbf{u}}_l}{Dt} - \mathbf{F}_{\text{int}} \right) dV + \mathbf{T}_{\text{colp}} \quad (9)$$

を解く。ここに、 m : 固相粒子の質量、 V : 固相粒子の体積、 $\mathbf{I}$: 慣性モーメント、 $\mathbf{r}_{ls}$: 固相・液相各粒子の相対位置ベクトル、 $\mathbf{f}_{\text{colp}}$, $\mathbf{T}_{\text{colp}}$: DEM から導かれる固相粒子間衝突力ベクトルとトルクである。固相・液相間相互作用力ベクトル $\mathbf{F}_{\text{int}}$ は、

$$\mathbf{F}_{\text{int}} = \sum \frac{\rho_s \mathbf{u}'_s - \bar{\rho} \bar{\mathbf{u}}_l}{\Delta t} \quad (10)$$

で算出され、混相流場の混相粒子の物理量を式(3), (4), (5)より更新し、計算を次ステップへと進める。

3. ダム崩壊の数値シミュレーション

本稿では、H. Capart・D. L. Young⁴⁾の固液混相ダムブレイク実験を対象とした2次元計算を実施した。計算および実験の諸条件を図-1に示す。

図-2にダム崩壊過程のスナップショットを示す。時刻 $t=2$ で、計算結果は実験よりも堆積層表層部の粒子の巻き上げ量が少ない。2次元計算では実際の3次元場と比較して自由度が低く、粒子が主流方向からの逸脱(巻き上げ)が困難になったと推察される。しかし、

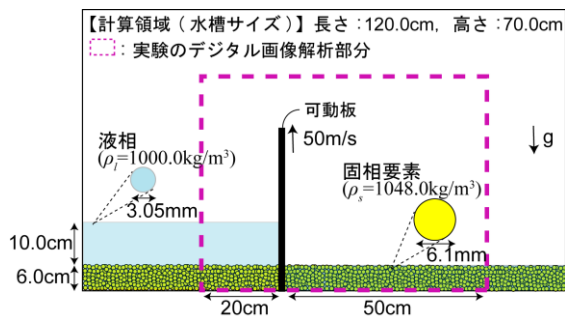


図-1 実験および数値シミュレーション概要図

粒子群の堆積形状や表層高さ、流体の水面形状、水位についてはいずれの時刻も実験と良好な一致を示しており、特に時刻 $t=4$ では、ダム崩壊先端部で粒子群が山積して堰を形成する特徴的な様相を良好に再現している。

図-3に代表的な時間における固相粒子の移動速度ベクトル分布図を示す。実験は、いずれの時刻も粒子堆積層の表層付近で粒子は高い移動速度を示し、底部では急減速する。計算結果は、時刻 $t=1, 2$ で実験の傾向を一定の範囲で再現するが、時刻 $t=4$ では、 $0.1 > x \geq -0.2$ において粒子の運動が不活発となるため、実験よりも移動層厚が薄くなる。2次元配列では粒子同士の接触数が少なく粒子配列が最密充填へと移行しやすくなることから、粒子の移動に要する運動量が大きくなったためと推察される。

4. おわりに

本稿では、後藤らの固液混相流型 DEM-MPS 法に最新の高精度粒子法を導入し直し、既往の水理実験を対象に2次元計算を実施した。計算結果は実験結果を一定の範囲で再現したが、移動床の運動機構は3次元特性に強く依存すると予想されることから、今後は計算を3次元へと拡張し、更なる再現性の向上に努めたい。

- 参考文献
- 1) S. Koshizuka: a particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, *J.Comp.Fluid Dyn.J.*, Vol.4, pp.29-46, 1995.
 - 2) Khayyer, A., H. Gotoh: Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method, *J. Comp. Phys.*, Vol.230, No.8, pp.421-434, 2010.
 - 3) 後藤仁志, 鶴田修己, 原田英治, 五十里洋行, 久保田博貴: 固液混相流解析のための DEM-MPS 連成手法の提案, 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol.68,

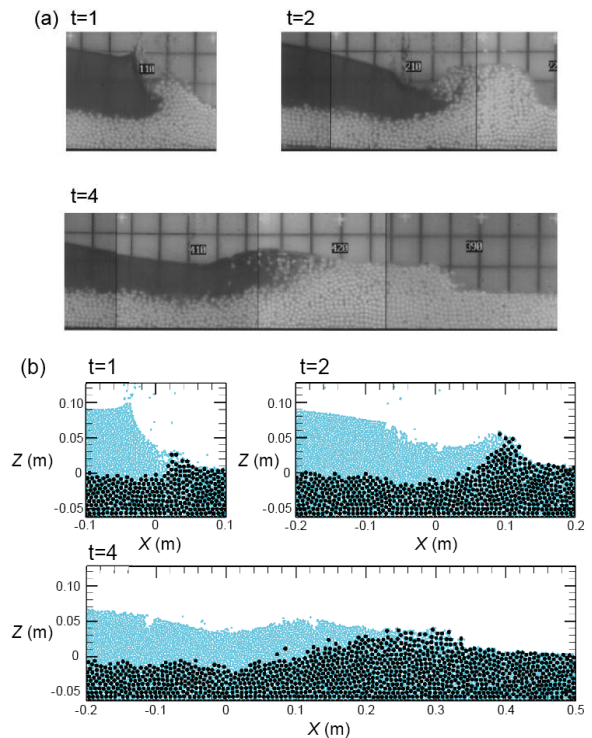


図-2 ダム崩壊過程のスナップショット

((a)水理実験, (b)数値シミュレーション)

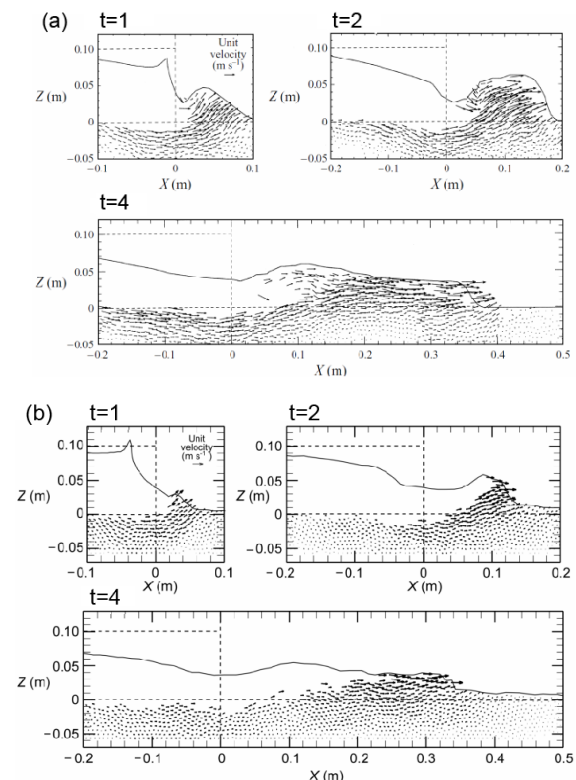


図-3 ダム崩壊過程の固相粒子の移動速度ベクトル

分布図 ((a)水理実験, (b)数値シミュレーション)

No.2, pp.21-25, 2012

- 4) H.Capart D.L.Young: Formation of a jump by the dam-break wave over a granular bed, *J.Fluid.Mech.*, vol.372, pp.165-187, 1998