

1. はじめに

鉄道橋の代表的な振動問題である共振現象に適切に対応するためには、列車走行時における橋梁の固有振動数やモード減衰比といった振動特性を同定するとともに、その不確実性について検討することが重要である。本研究では、統計的時系列モデルの一つである VAR (Vector AutoRegressive) モデルとベイズ推計を利用することで、不確実性を考慮して列車走行時の振動特性を同定する方法論を提案する。

2. SSVS-VAR モデル

(1) VAR モデル

N 自由度離散系の構造物の運動方程式は、ARMA モデルにより表現することが可能である。さらに ARMA モデルは以下に示す AR モデルで近似することができる。

$$\mathbf{y}_m = \sum_{j=1}^p \mathbf{A}_j \mathbf{y}_{m-j} + \boldsymbol{\varepsilon}_m \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{y}_m$ は離散時点 m の N 変量観測応答ベクトル、 $\mathbf{A}_j$ は j 次の AR 係数行列、 $\boldsymbol{\varepsilon}_m$ は平均ベクトル $\mathbf{0}$ 、分散共分散行列 Σ の正規白色雑音に従う。橋梁の振動特性に関する情報は AR 係数行列に含まれており、ベイズ推計により求めた AR 係数行列の事後分布に基づき、固有振動数とモード減衰比を算出することが可能である。

(2) SSVS-VAR モデル

これまで VAR モデルに対して指摘されていたパラメータの選択問題の回避、および推計精度の改善を行うために、必要なパラメータを自動的に選択する SSVS (Stochastic Search Variable Selection) 事前分布¹⁾を利用した SSVS-VAR モデルにモデルを拡張する。ベイズ推計において、事前分布をどのように設定するかが重要であるが、SSVS では VAR モデルのパラメータ φ の事前分布がさらに別のパラメータ γ に従うと仮定する。ここで、 γ は 1 か 0 の値をとるダミー変数である。 φ の γ に関する条件付き分布 $\pi(\varphi|\gamma)$ は分散の異なる二つの正規分布の和として次のように表現される。

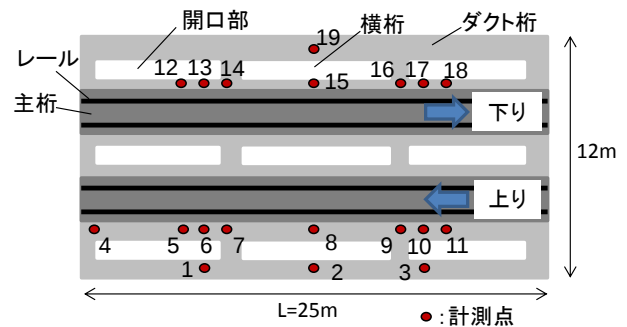


図-1 橋梁概要と計測点配置

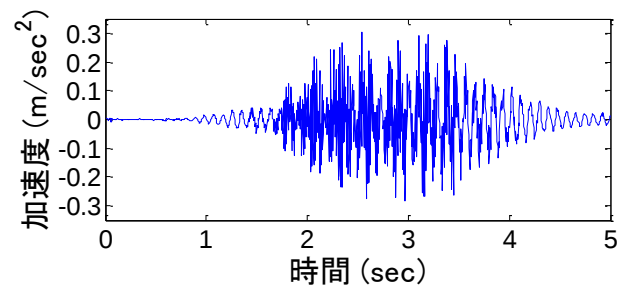


図-2 列車走行時の加速度応答

$$\pi(\varphi|\gamma) \sim (1-\gamma)N(0, \tau_{0j}^2) + \gamma N(0, \tau_{1j}^2) \quad (2)$$

ここで、 τ_{0j} 、 τ_{1j} は定数である。各パラメータの事前分布として混合分布を用いることで、そのパラメータの有意性の評価が可能となる。モデルの推計には代表的なMCMC法の一つであるギブスサンプリングを用いた。

3. 実橋梁への適用事例

(1) 適用対象

本研究では、径間長 25m の RC 高架橋を具体的な計測対象としている。なお、対象橋梁は床板構造を省略した形式が採用されている。列車が通過した際の加速度応答を圧電型加速度計を用いて多点同時計測した。橋梁の概要と加速度計配置を図-1に示す。加速度計は主桁とダクト桁に全 19 台設置し、サンプリング周波数 2kHz で収録した。適用列車は速度と進行方向の異なる 3 台の特急列車 t1, t2, t3 を用いている。速度は平均で 130km/h 程度である。同定に用いた加速度応答の例として、t1 が橋梁走行中における計測点 3 の加速度応答を図-2に示す。

表-1 振動特性の平均と標準偏差

	固有振動数			モード減衰比		
	平均	標準偏差	変動係数(%)	平均	標準偏差	変動係数(%)
t1	10.6	0.18	1.7	0.015	0.011	72.3
t2	10.9	0.24	2.2	0.023	0.012	51.1
t3	10.8	0.35	3.2	0.029	0.012	40.3
平均	10.8	0.26	2.4	0.023	0.012	54.6

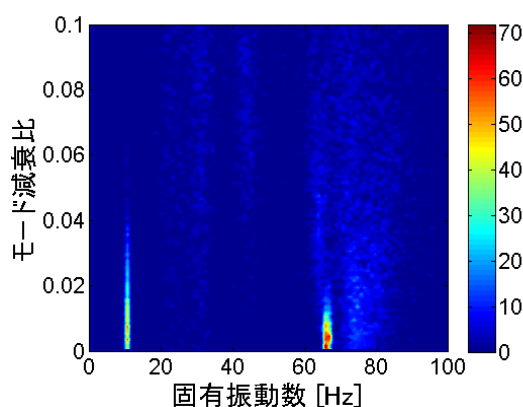


図-3 振動特性の事後分布

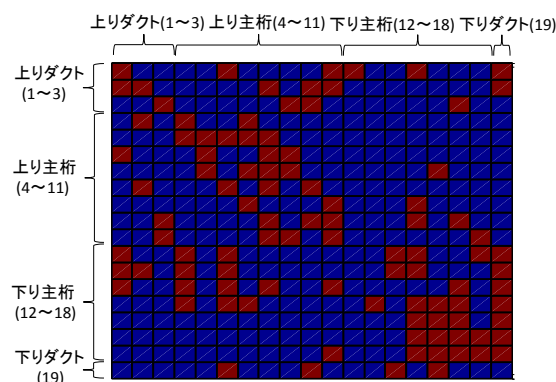


図-4 γ の事後分布の推計結果

(2) 同定結果

列車が橋梁通過中の加速度応答から推計した振動特性の事後分布を図-3に示す。例として、t1の結果を横軸に固有振動数、縦軸にモード減衰比をとったコンター図によって表している。青から赤へと変化するに従い、振動特性の事後分布の標本が多いことを表すが、10Hz付近と65Hz付近に標本が密集していることが確認できる。

次に、求めた振動特性の事後分布から、混合正規分布を利用して固有振動数とモード減衰比を同定した。同定した振動特性のうち、特に共振現象に大きな影響を及ぼす低次モードとして、10Hz付近の振動特性の同定結果を表-1にまとめる。平均から固有振動数、モード減衰比がいずれも安定して同定できていることがわかる。特に、モード減衰比は固有振動数に比べて同定精度が悪いことが指摘されていたが²⁾、本研究で提案した方法論では妥当な同定結果を得られている。

(3) 振動伝達性状

ベイズ推計により算出したAR係数行列に対応するダミー変数 γ の事後分布の一例として、式(1)中の次数 $j=1$ 、t2通過中の場合を図-4に示す。 γ はAR係数行列と対応しており、本研究で採用した計測点の数19を次数として有する正方行列となる。 γ の事後分布の平均が0.5以上なら赤色のブロック、0.5以下なら青色のブロックで表している。すなわち、各行列の要素が赤色のブロックの場合は

対応したAR係数は有意な値を有し、青色の場合は対応したAR係数は0とみなすことができる。最も有意なAR係数を多く含むのは $j=1$ の場合であったが、その場合でも全要素に対する有意な要素の割合は30%程度であり、通常のVARモデルを用いた場合には、値が0となる unnecessary パラメータも採用されていることが確認できる。

4. おわりに

本研究では、橋梁の固有振動数とモード減衰比をそれらの不確実性を踏まえて同定することを目的とし、統計的時系列モデルの一つであるVARモデルをベイズ推計する方法論を提案した。また、RC高架橋で計測した列車走行時の加速度応答への適用を通じて1)列車走行時、および列車通過後について固有振動数とモード減衰比をそれぞれ安定して同定可能であること、2)固有振動数で3%程度、モード減衰比で50%程度の振動特性の不確実性が同定できることを確認した。

【参考文献】

- Edward, I. G., Dongchu, S. and Shawn, N.: Bayesian stochastic search for VAR model restrictions, Journal of Econometrics, Vol.142, No.1, pp.553-580, 2008.
- 松岡弘大, 貝戸清之, 渡辺勉, 曾我部正道: 走行列車荷重を利用した開床式高架橋の振動特性の同定と高速化に関する一考察, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.13, pp.997-1008, 2010.